

មេរៀនទី១: អនុវត្តន៍ដេរីវេ

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. រក dy , Δy , $dy - \Delta y$ និង $\frac{dy}{\Delta y}$ នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម៖

រក dy , Δy , $dy - \Delta y$ និង $\frac{dy}{\Delta y}$

ក. $y = x^2 - 3x + 4$ ចំពោះ $x = 3$, $\Delta x = 0.2$

តាង $f(x) = x^2 - 3x + 4 \Rightarrow f'(x) = 2x - 3$

គេមាន

$$\oplus dy = f'(x)dx = (2x - 3).dx \text{ តែ } x = 3, dx = \Delta x = 0.2$$

$$\Rightarrow dy = (2.3 - 3).0.2 = 3 \times 0.2 = 0.6$$

ដូចនេះ: $dy = 0.6$

$$\oplus \Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = f(3 + 0.2) - f(3) = f(3.2) - f(3)$$

$$\text{តែ } f(3.2) = (3.2)^2 - 3 \times 3.2 + 4 = 4.64$$

$$f(3) = 3^2 - 3 \times 3 + 4 = 4$$

$$\Rightarrow \Delta y = 4.64 - 4 = 0.64$$

ដូចនេះ: $\Delta y = 0.64$

$$\oplus dy - \Delta y = 0.6 - 0.64 = -0.04$$

ដូចនេះ: $dy - \Delta y = -0.04$

$$\oplus \frac{dy}{\Delta y} = \frac{0.6}{0.64} = 0.9375$$

ដូចនេះ: $\frac{dy}{\Delta y} = 0.9375$

ខ. $y = \sqrt{12 - 5x}$ ចំពោះ $x = 2$, $\Delta x = 0.07$

$$\text{តាង } f(x) = \sqrt{12 - 5x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{5}{2\sqrt{12 - 5x}}$$

គេមាន

$$\oplus dy = f'(x)dx = -\frac{5}{2\sqrt{12-5x}}.dx \text{ តើ } x=2, dx=\Delta x=0.07$$

$$\Rightarrow dy = -\frac{5}{2\sqrt{12-5.2}} \times 0.07 = -\frac{0.35}{2\sqrt{2}} = -\frac{0.35\sqrt{2}}{4} = -0.1237$$

ដូចនេះ: $\boxed{dy = -0.1237}$

$$\oplus \Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = f(2+0.07) - f(2) = f(2.07) - f(2)$$

តើ $f(2.07) = \sqrt{12-5 \times 2.07} = 1.2845$

$f(2) = \sqrt{12-5 \times 2} = 1.4142$

$$\Rightarrow \Delta y = 1.2845 - 1.4142 = -0.1297$$

ដូចនេះ: $\boxed{\Delta y = -0.1297}$

$$\oplus dy - \Delta y = -0.1237 - (-0.1297) = -0.1237 + 0.1297 = 0.006$$

ដូចនេះ: $\boxed{dy - \Delta y = 0.006}$

$$\oplus \frac{dy}{\Delta y} = \frac{-0.1237}{-0.1297} = 0.9537$$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{dy}{\Delta y} = 0.9537}$

២. ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែល ដើម្បីរកតម្លៃប្រហែលនៃចំនួនខាងក្រោម៖

ក. $\sqrt{37}$

ខ. $\sqrt{65}$

គ. $\sqrt[3]{26}$

ឃ. $\sqrt[3]{126}$

ង. $\sqrt{50.4}$

ច. $\sqrt{79.5}$

ឆ. $\sqrt[3]{62.3}$

ជ. $\sqrt[3]{218.3}$

ក. $\sqrt{37}$

តាង $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

បើ $x + \Delta x = 37 = 36 + 1 \Rightarrow x = 36; \Delta x = 1$

គេមាន $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តើ $dx = \Delta x$

$\Rightarrow f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$

$f(36 + 1) \approx f(36) + f'(36) \times 1$

$f(37) \approx f(36) + f'(36)$

ដោយ $f(37) = \sqrt{37}, f(36) = \sqrt{36} = 6, f'(36) = \frac{1}{2\sqrt{36}} = \frac{1}{12}$

$$\Rightarrow \sqrt{37} \approx 6 + \frac{1}{12} = 6.0833$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{37} \approx 6.0833}$

ខ. $\sqrt{65}$

តាង $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

បើ $x + \Delta x = 65 = 64 + 1 \Rightarrow x = 64; \Delta x = 1$

គេមាន $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$$\Rightarrow f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$f(64 + 1) \approx f(64) + f'(64) \times 1$$

$$f(65) \approx f(64) + f'(64)$$

ដោយ $f(65) = \sqrt{65}, f(64) = \sqrt{64} = 8, f'(64) = \frac{1}{2\sqrt{64}} = \frac{1}{16}$

$$\Rightarrow \sqrt{65} \approx 8 + \frac{1}{16} = 8.0625$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{65} \approx 8.0625}$

គ. $\sqrt[3]{26}$

តាង $f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

បើ $x + \Delta x = 26 = 27 - 1 \Rightarrow x = 27; \Delta x = -1$

គេមាន $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$$\Rightarrow f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$f(27 - 1) \approx f(27) + f'(27) \times (-1)$$

$$f(26) \approx f(27) - f'(27)$$

ដោយ $f(26) = \sqrt[3]{26}, f(27) = \sqrt[3]{27} = 3, f'(27) = \frac{1}{3\sqrt[3]{27^2}} = \frac{1}{27}$

$$\sqrt[3]{26} \approx 3 - \frac{1}{27} = 3 - 0.037 = 2.963$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt[3]{26} \approx 2.963}$

ឃ. $\sqrt[3]{126}$

តាង $f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

បើ $x + \Delta x = 126 = 125 + 1 \Rightarrow x = 125; \Delta x = 1$

គេមាន $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$\Rightarrow f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$

$f(125 + 1) \approx f(125) + f'(125) \times 1$

$f(126) \approx f(125) + f'(125)$

ដោយ

$f(126) = \sqrt[3]{126}, f(125) = \sqrt[3]{125} = 5, f'(125) = \frac{1}{3\sqrt[3]{125^2}} = \frac{1}{75}$

$\sqrt[3]{126} \approx 5 + \frac{1}{75} = 5 + 0.0133 = 5.0133$

ដូចនេះ: $\sqrt[3]{126} \approx 5.0133$

ង. $\sqrt{50.4}$

តាង $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

បើ $x + \Delta x = 50.4 = 49 + 1.4 \Rightarrow x = 49; \Delta x = 1.4$

គេមាន $f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$\Rightarrow f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$

$f(49 + 1.4) \approx f(49) + f'(49) \times 1.4$

$f(50.4) \approx f(49) + 1.4f'(49)$

ដោយ

$f(50.4) = \sqrt{50.4}, f(49) = \sqrt{49} = 7, f'(49) = \frac{1}{2\sqrt{49}} = \frac{1}{14}$

$\Rightarrow \sqrt{50.4} \approx 7 + \frac{1.4}{14} = 7.1$

ដូចនេះ: $\sqrt{50.4} \approx 7.1$

ច. $\sqrt{79.5}$

តាង $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

បើ $x + \Delta x = 79.5 = 81 - 1.5 \Rightarrow x = 81; \Delta x = -1.5$

គេមាន $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$$\Rightarrow f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$f(81-1.5) \approx f(81) + f'(81) \times (-1.5)$$

$$f(79.5) \approx f(81) - 1.5f'(81)$$

ដោយ $f(79.5) = \sqrt{79.5}$, $f(81) = \sqrt{81} = 9$, $f'(81) = \frac{1}{2\sqrt{81}} = \frac{1}{18}$

$$\Rightarrow \sqrt{79.5} \approx 9 - \frac{1.5}{18} = 8.9167$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt{79.5} \approx 8.9167}$

ឆ. $\sqrt[3]{62.3}$

តាង $f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}}$

បើ $x + \Delta x = 62.3 = 64 - 1.7 \Rightarrow x = 64$; $\Delta x = -1.7$

គេមាន $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$$\Rightarrow f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$f(64-1.7) \approx f(64) + f'(64) \times (-1.7)$$

$$f(62.3) \approx f(64) - 1.7f'(64)$$

ដោយ

$$f(62.3) = \sqrt[3]{62.3}, f(64) = \sqrt[3]{64} = 4, f'(64) = \frac{1}{3\sqrt{64^2}} = \frac{1}{48}$$

$$\sqrt[3]{62.3} \approx 4 - \frac{1.7}{48} = 3.9646$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt[3]{62.3} \approx 3.9646}$

ជ. $\sqrt[3]{218.3}$

តាង $f(x) = \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{x^2}}$

បើ $x + \Delta x = 218.3 = 216 + 2.3 \Rightarrow x = 216$; $\Delta x = 2.3$

គេមាន $f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)dx$ តែ $dx = \Delta x$

$$\Rightarrow f(x+\Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

$$f(216+2.3) \approx f(216) + f'(216) \times 2.3$$

$$f(218.3) \approx f(216) + 2.3f'(216)$$

ដោយ $f(218.3) = \sqrt[3]{218.3}$, $f(216) = \sqrt[3]{216} = 6$,

$$f'(216) = \frac{1}{3\sqrt[3]{216^2}} = \frac{1}{108}$$

$$\sqrt[3]{218.3} \approx 6 + \frac{2.3}{108} = 6.0213$$

ដូចនេះ: $\boxed{\sqrt[3]{218.3} \approx 6.0213}$

៣. ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានទទួលប្រាក់ចំណូលសរុបពីការលក់សម្ភារៈ x គ្រឿង ដែលឱ្យតាមអនុ-គមន៍ $R(x) = 20x - \frac{x^2}{30}$ គិតជាម៉ឺនរៀលដែល $0 \leq x \leq 600$ ។ ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណូល បើសម្ភារៈដែលបានលក់ប្រែប្រួលពី 150 គ្រឿងទៅ 160 គ្រឿង។

ដំណោះស្រាយ

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណូល

គេមាន អនុគមន៍ $R(x) = 20x - \frac{x^2}{30} \Rightarrow R'(x) = 20 - \frac{x}{15}$

ដោយសម្ភារៈដែលបានលក់ប្រែប្រួលពី 150 គ្រឿងទៅ 160 គ្រឿង នោះគេបាន

$$\Delta x = 160 - 150 = 10$$

តាមឌីផេរ៉ង់ស្យែល $dR(x) = R'(x)dx = R'(x)\Delta x$

$$dR(x) = R'(150) \times 10$$

(សិក្សាត្រង់ចំនុចផ្ដើមនៃបម្រែបម្រួល $x = 150$)

តែ $R'(150) = 20 - \frac{150}{15} = 10$

$$\Rightarrow dR(x) = R'(150) \times 10 = 10 \times 10 = 100$$

ដូចនេះ បើសម្ភារៈដែលបានលក់ប្រែប្រួលពី 150 គ្រឿងទៅ 160 គ្រឿងនោះតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណូលមានតម្លៃ 100 ម៉ឺនរៀល។

គេមាន $R(x) = 20x - \frac{x^2}{30}$ និង $\Delta x = 160 - 150 = 10$

$$\Delta R(x) = R(x + \Delta x) - R(x) = R(150 + 10) - R(150)$$

$$= R(160) - R(150) = \left[(20 \times 160) - \frac{160^2}{30} \right] - \left[(20 \times 150) - \frac{150^2}{30} \right]$$

$$= 20(160 - 150) + \frac{1}{30}(150 - 160)(150 + 160) \approx 96.67 \approx 100$$

៤. រោងចក្រផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿង ដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x) = 930 + 15x + 0.2x^2$ ពាន់រៀល។ ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីប៉ាន់ស្មាន តម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណាយ បើសម្ភារៈដែលបានផលិតកើនពី 60 គ្រឿងទៅ 62 គ្រឿង។

ដំណោះស្រាយ

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនប្រាក់ចំណាយ គេមាន អនុគមន៍

$$C(x) = 930 + 15x + 0.2x^2 \Rightarrow C'(x) = 0.4x + 15$$

ដោយសម្ភារៈដែលបានផលិតប្រែប្រួលពី 60 គ្រឿងទៅ 62

គ្រឿង នោះគេបាន $\Delta x = 62 - 60 = 2$

តាមឌីផេរ៉ង់ស្យែល $dC(x) = C'(x)dx = C'(x)\Delta x$

$$dC(x) = C'(60) \times 2$$

(សិក្សាត្រង់ចំនុចផ្ដើមនៃបំប្លែង $x = 600$)

$$\text{តែ } C'(60) = 0.4 \times 60 + 15 = 39$$

$$\Rightarrow dC(x) = C'(60) \times 2 = 39 \times 2 = 78$$

ដូចនេះបើសម្ភារៈដែលបានផលិតកើនពី 60 គ្រឿងទៅ 62 គ្រឿងនោះកំណើនប្រាក់ចំណាយគឺ 78 ពាន់រៀល។

៥. សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយ បាន

ចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងខែសម្រាប់ផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿង ដែលឱ្យតាមអនុគមន៍

$C(x) = 0.1x^2 + 4x + 200$ គិតជាពាន់រៀល ហើយសហគ្រាសបានទទួលប្រាក់ចំណូលមកវិញឱ្យ

តាមអនុគមន៍ $R(x) = 54x - 0.3x^2$ គិតជាពាន់រៀល។

ក. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញ $P(x)$

ខ. ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃ

កំណើនប្រាក់ចំណេញ បើបរិមាណសម្ភារៈដែលបានលក់កើនពី 40 គ្រឿង ទៅ 44 គ្រឿង។

ដំណោះស្រាយ

ក. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញ $P(x)$

តាមរូបមន្ត $P(x) = R(x) - C(x)$

តែ $R(x) = 54x - 0.3x^2$, $C(x) = 0.1x^2 + 4x + 200$

$$P(x) = (54x - 0.3x^2) - (0.1x^2 + 4x + 200) = -0.4x^2 + 50x - 200 \text{ ដូចនេះ}$$

$$P(x) = -0.4x^2 + 50x - 200 \text{ គិតជាពាន់រៀល។}$$

ខ. ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃ
កំណើនប្រាក់ចំណេញ

$$\text{គេមាន } P(x) = -0.4x^2 + 50x - 200 \Rightarrow P'(x) = -0.8x + 50$$

$$\text{តាមឌីផេរ៉ង់ស្យែល } dP(x) = P'(x)dx = P'(x)\Delta x$$

បើបរិមាណសម្ភារៈដែលបានលក់កើនពី 40 គ្រឿង ទៅ 44

$$\text{គ្រឿងនោះ: } \Delta x = 44 - 40 = 4 \text{ គិតត្រង់ } x = 40$$

$$dP(x) = 4(-0.8x + 50) = 4(-0.8 \times 40 + 50) = 72$$

ដូចនេះ បើបរិមាណសម្ភារៈដែលបានលក់កើនពី 40

គ្រឿង ទៅ 44 គ្រឿងនោះ កំណើនប្រាក់ចំណេញបានគឺ 72 ពាន់រៀល។

៦. តាមការអង្កេតរបស់អ្នកស្ថិតិបានឱ្យដឹងថា ចំនួនប្រជា-ពលរដ្ឋនៅក្នុងទីក្រុងមួយរយៈពេល t ឆ្នាំទៅមុខ
ទៀតមានការកើនឡើងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $P(t) = 10(40 + 2t)^2 - 1600t$ នាក់។ ប្រើឌីផេរ៉ង់
ស្យែលដើម្បីប៉ាន់ស្មានកំណើនប្រជាពលរដ្ឋក្នុងទីក្រុងនោះ បើ t ប្រែប្រួលពី 6 ទៅ 6,25 ឆ្នាំ។

ដំណោះស្រាយ

ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីប៉ាន់ស្មានកំណើនប្រជាពលរដ្ឋ

$$\text{គេមាន } dP(t) = P'(t)dt = P'(t)\Delta t$$

$$\text{តែ } P(t) = 10(40 + 2t)^2 - 1600t \Rightarrow P'(x) = 80t$$

$$\text{បើ } t \text{ ប្រែប្រួលពី } 6 \text{ ទៅ } 6,25 \text{ ឆ្នាំ នោះ } \Delta t = 6,25 - 6 = 0,25$$

$$\text{ត្រង់ } t = 6$$

$$\Rightarrow dP(t) = 80 \times 6 \times 0,25 = 120$$

ដូចនេះ កំណើនប្រជាពលរដ្ឋ មាន 120 នាក់។

៧. បាល់ឡុងមួយមានរាងជាស្វ៊ែរ។ ប្រើឌីផេរ៉ង់ស្យែលដើម្បីគណនាតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនមាឌបាល់ឡុង
បើពេលត្រូវកំដៅថ្ងៃបាល់ឡុងរីកមាឌ ដែលកាំរបស់វាប្រែប្រួល ពី $2m$ ទៅ $2.15m$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនាតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនមាឌបាល់ឡុង

$$\text{គេមានមាឌបាល់ឡុង } V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V'(r) = 4\pi r^2$$

$$\text{កាំរបស់វាប្រែប្រួលពី } 2m \text{ ទៅ } 2.15m \text{ នោះ } \Delta r = 2.15 - 2 = 0.15$$

$$dV(r) = V'(r)dr = V'(r)\Delta r = 4\pi r^2 \Delta r \text{ ត្រង់ } r = 2$$

$$\text{គេបាន } dV(r) = 4\pi \times 2^2 \times 0.15 = 2.4\pi \approx 7.5398$$

ដូចនេះតម្លៃប្រហែលនៃកំណើនមាឌបាល់ឡុងគឺ 7.5398 ។

៨. គេឱ្យអនុគមន៍ f មានដេរីវេលើ $(-2, \infty)$ ដែល $f(x) = \sqrt{x+2}$ ។

ក. រកតម្លៃអមនៃ $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in [-1, 2]$

ខ. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in [-1, 2]$ គេបាន

$$\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \leq \sqrt{x+2} \leq \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ ។}$$

ដំណោះស្រាយ

ក. រកតម្លៃអមនៃ $f'(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x \in [-1, 2]$

គេមាន $f(x) = \sqrt{x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

ចំពោះ $x \in [-1, 2]$, គេបាន $-1 \leq x \leq 2$

$$-1+2 \leq x+2 \leq 2+2 \Leftrightarrow 1 \leq x+2 \leq 4$$

$$1 \leq \sqrt{x+2} \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq 2\sqrt{x+2} \leq 4$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \geq f'(x) \geq \frac{1}{4}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{1}{2} \geq f'(x) \geq \frac{1}{4}}$

ខ. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់ $x \in [-1, 2]$ គេបាន

$$\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \leq \sqrt{x+2} \leq \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

គេមាន $\frac{1}{2} \geq f'(x) \geq \frac{1}{4}$ យក $-1, x \in [-1, 2]$ តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់ គេបាន

$$\frac{1}{2}[x - (-1)] \geq f(x) - f(-1) \geq \frac{1}{4}[x - (-1)]$$

$$\frac{1}{2}(x+1) \geq f(x) - f(-1) \geq \frac{1}{4}(x+1)$$

$$\frac{1}{2}(x+1) \geq f(x) - \sqrt{-1+2} \geq \frac{1}{4}(x+1)$$

$$\frac{1}{2}(x+1) \geq f(x) - 1 \geq \frac{1}{4}(x+1)$$

$$\frac{1}{2}(x+1) + 1 \geq f(x) \geq \frac{1}{4}(x+1) + 1$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \geq \sqrt{x+2} \geq \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \leq \sqrt{x+2} \leq \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

ដូចនេះ:
$$\boxed{\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \leq \sqrt{x+2} \leq \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}$$

៩. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ ដែល $f(x) = \tan x$ ។

បង្ហាញចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b ដែល $0 \leq a < b < \frac{\pi}{2}$ គេបាន

$$\frac{b-a}{\cos^2 a} \leq \tan b - \tan a \leq \frac{b-a}{\cos^2 b}$$

ដំណោះស្រាយ

បង្ហាញចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a និង b ដែល $0 \leq a < b < \frac{\pi}{2}$ គេបាន

$$\frac{b-a}{\cos^2 a} \leq \tan b - \tan a \leq \frac{b-a}{\cos^2 b}$$

គេមាន $f(x) = \tan x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$

ដោយ $0 \leq a < b < \frac{\pi}{2}$ រឺ $(a, b) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

យក. $x \in [a, b]$ គេបាន $a \leq x \leq b \Leftrightarrow \cos a \geq \cos x \geq \cos b$
 $\Rightarrow \cos^2 a \geq \cos^2 x \geq \cos^2 b$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 a} \leq \frac{1}{\cos^2 x} \leq \frac{1}{\cos^2 b}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 a} \leq f'(x) \leq \frac{1}{\cos^2 b}$$

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់លើ $(a, b) \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ គេបាន

$$\frac{1}{\cos^2 a} (b-a) \leq f(b) - f(a) \leq \frac{1}{\cos^2 b} (b-a)$$

$$\frac{b-a}{\cos^2 a} \leq f(b) - f(a) \leq \frac{b-a}{\cos^2 b}$$

ដូចនេះ:
$$\boxed{\frac{b-a}{\cos^2 a} \leq f(b) - f(a) \leq \frac{b-a}{\cos^2 b}}$$

១០. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ I ។ ប្រើទ្រឹស្តីបទរ៉ូល(បើអាច) រកគ្រប់តម្លៃ C ក្នុងចន្លោះ I ដែល $f'(c) = 0$ ៖

ក. $f(x) = x^3 - 4x, c \in (-2, 2)$

ខ. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3), c \in (1, 3)$

គ. $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}, c \in (-1, 3)$

ឃ. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}, c \in (-1, 1)$

ង. $f(x) = \sin 2x, c \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$

ច. $f(x) = \frac{x}{2} - \sin \frac{\pi x}{6}, c \in (-1, 0)$ ។

ដំណោះស្រាយ

រកគ្រប់តម្លៃ C ក្នុងចន្លោះ I

ក. $f(x) = x^3 - 4x, c \in (-2, 2)$

ដោយ $f(x) = x^3 - 4x$ ជាពហុធានោះ f ជាប់ចំពោះគ្រប់ x ហើយ $f(-2) = f(2) = 0$ តាមទ្រឹស្តីបទរ៉ូល មានចំនួន

$c \in (-2, 2)$ ដែល $f'(c) = 0$ គេបាន

$f(x) = x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4$

បើ $f'(x) = 0$ នោះ $3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{3}$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \in (-2, 2)$$

ដូចនេះ មានចំនួន C ពីរគឺ $\boxed{c = \frac{2\sqrt{3}}{3}, c = -\frac{2\sqrt{3}}{3}}$

ខ. $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3), c \in (1, 3)$

ដោយ $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ជាពហុធានោះ f ជាប់ចំពោះគ្រប់ x ហើយ

$f(1) = f(3) = 0$ តាមទ្រឹស្តីបទរ៉ូល មានចំនួន $c \in (1, 3)$ ដែល $f'(c) = 0$ គេបាន

$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 11$

បើ $f'(x)=0$ នោះ $3x^2 - 12x + 11 = 0 \Rightarrow x = 2 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \in (1, 3)$

ដូចនេះ មានចំនួន c ពីរគឺ $c = 2 - \frac{\sqrt{3}}{3}, c = 2 + \frac{\sqrt{3}}{3}$

គ. $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}, c \in (-1, 3)$

ដោយ $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2}$ ជាប់ចំពោះ $x = -2 \notin (-1, 3)$ នោះ f ជាប់លើ $(-1, 3)$ ហើយ

$f(-1) = f(3) = 0$ តាមទ្រឹស្តីបទរ៉ូល មានចំនួន $c \in (-1, 3)$ ដែល $f'(c) = 0$ គេបាន

$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{(x + 2)^2}$

បើ $f'(x)=0$ នោះ $x^2 + 4x - 1 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{5}$

ដោយ $x = -2 - \sqrt{5} \notin (-1, 3)$

ដូចនេះ មានចំនួន c តែមួយគត់គឺ $c = -2 + \sqrt{5}$

ឃ. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}, c \in (-1, 1)$

ដោយ f មិនជាប់ត្រង់ $x=0 \in (-1, 1)$ នោះគេមិនអាចប្រើ ទ្រឹស្តីបទរ៉ូលលើ f បានទេ។

ង. $f(x) = \sin 2x, c \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$

ដោយ $f(x) = \sin 2x$ ជាប់លើ $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ ហើយ $f(\frac{\pi}{6}) = f(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

តាមទ្រឹស្តីបទរ៉ូល មានចំនួន $c \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$ ដែល $f'(c) = 0$ គេបាន

$f(x) = \sin 2x \Rightarrow f'(x) = 2\cos 2x$

បើ $f'(x)=0$ នោះ $2\cos 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in (\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$

ដូចនេះ មានចំនួន c តែមួយគត់គឺ $c = \frac{\pi}{4}$

ច. $f(x) = \frac{x}{2} - \sin \frac{\pi x}{6}, c \in (-1, 0)$

ដោយ $f(x) = \frac{x}{2} - \sin \frac{\pi x}{6}$, ជាពហុធានោះ f ជាប់ចំពោះគ្រប់ x ហើយ $f(-1) = f(0) = 0$ តាម

ទ្រឹស្តីបទរ៉ូល មានចំនួន $c \in (-1, 0)$ ដែល $f'(c) = 0$ គេបាន

$$f(x) = \frac{x}{2} - \sin \frac{\pi x}{6} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi x}{6}$$

បើ $f'(x) = 0$ នោះ $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi x}{6} = 0 \Rightarrow \cos \frac{\pi x}{6} = \frac{3}{\pi}$

$$\Rightarrow x = \frac{6}{\pi} \arccos \frac{3}{\pi} \in (-1, 0)$$

ដូចនេះ មានចំនួន c តែមួយគត់គឺ $c = \frac{6}{\pi} \arccos \frac{3}{\pi}$

១១. គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ I ។ ប្រើទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម រកគ្រប់តម្លៃ $c \in (a, b)$ ដែល

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} :$$

ក. $f(x) = x^2, c \in (-2, 1)$ ខ. $f(x) = x(x^2 - x - 2), c \in (-1, 1)$

គ. $f(x) = x^3, c \in (0, 1)$ ឃ. $f(x) = \frac{x}{x+1}, c \in (-\frac{1}{2}, 2)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ប្រើទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម រកគ្រប់តម្លៃ $c \in (a, b)$ ដែល $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

ក. $f(x) = x^2, c \in (-2, 1)$

ដោយ $f(x) = x^2$ ជាឯកធានោះវាជាប់ និង មានដេរីវេលើ

គ្រប់តម្លៃ x គេថា $f(x) = x^2$ ជាប់លើ $(-2, 1)$ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម

$$f'(c) = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{1^2 - (-2)^2}{3} = -1$$

តែ $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \Rightarrow f'(c) = 2c$

គេបាន $2c = -1 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$

ដូចនេះ តម្លៃដែលត្រូវរកគឺ $c = -\frac{1}{2}$

ខ. $f(x) = x(x^2 - x - 2), c \in (-1, 1)$

ដោយ $f(x) = x(x^2 - x - 2)$ ជាពហុធា នោះវាជាប់ និង មានដេរីវេលើគ្រប់តម្លៃ x គេថា

$f(x) = x(x^2 - x - 2)$ ជាប់លើ $(-1, 1)$ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម

$$f'(c) = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{(1^2 - 1 - 2) - (-1)[(-1)^2 - (-1) - 2]}{2} = -1 \text{ តែ}$$

$$f(x) = x(x^2 - x - 2) \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 2x - 2$$

$$\Rightarrow f'(c) = 3c^2 - 2c - 2$$

$$\text{គេបាន } 3c^2 - 2c - 2 = -1 \Rightarrow 3c^2 - 2c - 1 = 0$$

$$\Rightarrow c = 1, c = -\frac{1}{3}$$

ដូចនេះ តម្លៃដែលត្រូវរកគឺ $\boxed{c = 1, c = -\frac{1}{3}}$

គ. $f(x) = x^3, c \in (0, 1)$

ដោយ $f(x) = x^3$ ជាពហុធានោះវាជាប់ និង មានដេរីវេលើ

គ្រប់តម្លៃ x គេថា $f(x) = x^3$ ជាប់លើ $(0, 1)$ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម $f'(c) = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 1$

$$\text{តែ } f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 \Rightarrow f'(c) = 3c^2$$

$$\text{គេបាន } 3c^2 = 1 \Rightarrow c = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{តែ } c = -\frac{\sqrt{3}}{3} \notin (0, 1)$$

ដូចនេះ តម្លៃ ដែលត្រូវរកគឺ $\boxed{c = \frac{\sqrt{3}}{3}}$

ឃ. $f(x) = \frac{x}{x+1}, c \in (-\frac{1}{2}, 2)$

$f(x) = \frac{x}{x+1}$ ដាច់(មិនជាប់ ឬ មិនកំនត់) ត្រង់ $x = -1 \notin (-\frac{1}{2}, 2)$ នោះមានន័យថា f ជាប់និង

$$\text{មានដេរីវេលើ } (-\frac{1}{2}, 2) \text{ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃមធ្យម } f'(c) = \frac{f(2) - f(-\frac{1}{2})}{2 - (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{2}{3} - (-1)}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

តែ $f(x) = \frac{x}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(c) = \frac{1}{(c+1)^2}$

គេបាន $\frac{1}{(c+1)^2} = \frac{2}{3} \Rightarrow c = -1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$

តែ $c = -1 - \frac{\sqrt{6}}{2} \notin (-\frac{1}{2}, 2)$

ដូចនេះ តម្លៃ ដែលត្រូវរកគឺ $c = -1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$

- ១២.សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយ បានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុង 1 ថ្ងៃ សម្រាប់ផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x) = 2400 + 28x + 0.02x^2$ គិតជាពាន់រៀល ។
- ក. កំណត់ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 10 គ្រឿង 20 គ្រឿង និង 30 គ្រឿង។
- ខ. ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែល នៃប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិតសម្ភារៈគ្រឿងទី 11 គ្រឿង ទី 21 និង គ្រឿងទី 31។

ដំណោះស្រាយ

ក. កំណត់ប្រាក់ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 10 គ្រឿង 20 និង 30 គ្រឿង អនុគមន៍នៃប្រាក់ចំណាយ $C(x) = 2400 + 28x + 0.02x^2$

⊗ ចំពោះ $x=10$ គេបាន

$C(10) = 2400 + 28 \times 10 + 0.02 \times 10^2 = 2682$ ពាន់រៀល

⊗ ចំពោះ $x=20$ គេបាន

$C(20) = 2400 + 28 \times 20 + 0.02 \times 20^2 = 2968$ ពាន់រៀល

⊗ ចំពោះ $x=30$ គេបាន

$C(30) = 2400 + 28 \times 30 + 0.02 \times 30^2 = 3258$ ពាន់រៀល

ដូចនេះ ចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ 10 គ្រឿង, 20 គ្រឿង និង 30 គ្រឿងគឺ 2682 ពាន់រៀល, 2968 ពាន់រៀល និង 3258 ពាន់រៀល។

ខ. ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែល នៃប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិតសម្ភារៈគ្រឿងទី 11 គ្រឿងទី 21 និង គ្រឿងទី 31 គេមាន $C'(x) \approx C(x+1) - C(x)$ គិតជាពាន់រៀល

⊗ ចំពោះ $x=10$ គេបាន

$C'(10) \approx C(10+1) - C(10) = C(11) - C(10)$
 $= 2400 + 28 \times 11 + 0.02 \times 11^2 - 2682 = 28.42$ ពាន់រៀល

⊗ ចំពោះ $x = 20$ គេបាន

$$C'(20) \approx C(20+1) - C(20) = C(21) - C(20)$$

$$= 2400 + 28 \times 21 + 0.02 \times 21^2 - 2968 = 28.82 \text{ ពាន់រៀល}$$

⊗ ចំពោះ $x = 30$ គេបាន

$$C'(30) \approx C(30+1) - C(30) = C(31) - C(30)$$

$$= 2400 + 28 \times 31 + 0.02 \times 31^2 - 3258 = 29.22 \text{ ពាន់រៀល}$$

ដូចនេះ តម្លៃប្រហែល នៃប្រាក់ចំណាយក្នុងការផលិតសម្ភារៈគ្រឿងទី 11 គ្រឿងទី 21 និង គ្រឿងទី 31 គឺ 28.42 ពាន់រៀល, 28.82 ពាន់រៀល និង 29.22 ពាន់រៀល។

១៣. រោងពុម្ពបោះពុម្ពទស្សនាវដ្តីមួយ បានចំណាយសរុបក្នុង 1 ខែសម្រាប់បោះពុម្ព ទស្សនាវដ្តី x ច្បាប់ដែលឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x) = 0.0001x^2 + x + 465$ គិតជាពាន់រៀល ហើយរោងពុម្ពបានលក់ចេញវិញទស្សនាវដ្តី 1 ច្បាប់ថ្លៃ

$P = D(x) = 4 - 0.0002x$ ពាន់រៀល។

ក. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប $R(x)$

ខ. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប $P(x)$

គ. គណនាប្រាក់ចំណេញសរុបបើក្នុង 1 ខែរោងពុម្ពលក់អស់ 3000 ច្បាប់ 3500 ច្បាប់ និង 4000 ច្បាប់។

ឃ. ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់ទស្សនាវដ្តីច្បាប់ទី 3001 ច្បាប់ទី 3501 និង ទី 4001 ។

ដំណោះស្រាយ

ក. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប $R(x)$

តាមរូបមន្ត $R(x) = P \cdot x = D(x) \cdot x$ តែ $D(x) = 4 - 0.0002x$

$$\Rightarrow R(x) = (4 - 0.0002x)x = 4x - 0.0002x^2$$

ដូចនេះ អនុគមន៍ប្រាក់ចំណូលសរុប $R(x) = 4x - 0.0002x^2$

ខ. សរសេរអនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប $P(x)$

តាមរូបមន្ត $P(x) = R(x) - C(x)$

តែ $R(x) = 4x - 0.0002x^2$, $C(x) = 0.0001x^2 + x + 465$

$$\Rightarrow P(x) = (4x - 0.0002x^2) - (0.0001x^2 + x + 465)$$

$$= -0.0003x^2 + 3x - 465$$

ដូចនេះ អនុគមន៍ប្រាក់ចំណេញសរុប $P(x) = -0.0003x^2 + 3x - 465$

គ. គណនាប្រាក់ចំណេញសរុប

គេមាន $P(x) = -0.0003x^2 + 3x - 465$

⊗ ចំពោះ $x = 3000$ គេបាន

$P(3000) = -0.0003 \times 3000^2 + 3 \times 3000 - 465 = 5835$

⊗ ចំពោះ $x = 3500$ គេបាន

$P(3500) = -0.0003 \times 3500^2 + 3 \times 3500 - 465 = 6360$

⊗ ចំពោះ $x = 4000$ គេបាន

$P(4000) = -0.0003 \times 4000^2 + 3 \times 4000 - 465 = 6735$

ដូចនេះ បើរោងពុម្ពលក់អស់ 3000 ច្បាប់ 3500 ច្បាប់ និង 4000 ច្បាប់នឹងទទួលបានប្រាក់ ចំណេញ 5835 ពាន់រៀល 6360 ពាន់រៀល និង 6735 ពាន់រៀល។

ឃ. ប៉ាន់ស្មានតម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញ

$P'(x) \approx P(x+1) - P(x)$

⊗ ចំពោះ $x = 3000$ គេបាន

$P'(3000) \approx P(3000+1) - P(3000) = P(3001) - P(3000)$
 $= 5836.1997 - 5835 = 1.1997$

⊗ ចំពោះ $x = 3500$ គេបាន

$P'(3500) \approx P(3500+1) - P(3500) = P(3501) - P(3500)$
 $= 6360.8997 - 6360 = 0.8997$

⊗ ចំពោះ $x = 4000$ គេបាន

$P'(4000) \approx P(4000+1) - P(4000) = P(4001) - P(4000)$
 $= 6735.5997 - 6735 = 0.5997$

ដូចនេះ តម្លៃប្រហែលនៃប្រាក់ចំណេញដែលបានពីការលក់ទស្សនាវដ្តីច្បាប់ទី 3001 ច្បាប់ទី 3501 និងច្បាប់ទី 4001 គឺ 1.1997 ពាន់រៀល, 0.8997 ពាន់រៀលនិង 0.5997 ពាន់រៀល។

១៤. សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយប្រាក់សរុបក្នុងការផលិត សម្ភារៈ x គ្រឿង ដែលឱ្យតាមអនុ-គមន៍ $C(x) = 480 + 26x - 0.1x^2$ ពាន់រៀល។

ក. កំនត់អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\bar{C}(x)$

ខ. គណនាប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម កាលណា $x = 30$, $x = 50$ និង $x = 70$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. កំនត់អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\bar{C}(x)$

តាមរូបមន្ត
$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$$

តែ $C(x) = 480 + 26x - 0.1x^2$

$$\bar{C}(x) = \frac{480 + 26x - 0.1x^2}{x} = \frac{480}{x} + 26 - 0.1x$$

ដូចនេះ អនុគមន៍ប្រាក់ចំណាយមធ្យម $\bar{C}(x) = \frac{480}{x} + 26 - 0.1x$

ខ. គណនាប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម

$$\bar{C}(x) = \frac{480}{x} + 26 - 0.1x \Rightarrow \bar{C}'(x) = -\frac{480}{x^2} - 0.1$$

⊗ ចំពោះ $x = 30$ គេបាន

$$\bar{C}'(30) = -\frac{480}{30^2} - 0.1 = -0.633$$

⊗ ចំពោះ $x = 50$ គេបាន

$$\bar{C}'(50) = -\frac{480}{50^2} - 0.1 = -0.292$$

⊗ ចំពោះ $x = 70$ គេបាន

$$\bar{C}'(70) = -\frac{480}{70^2} - 0.1 = -0.198$$

ដោយ $\bar{C}'(x) < 0$ មានន័យថា ផលិតផលដែលផលិតក្រោយចំណាយអស់តិចជាង ផលិតផលផលិតមុន នោះគេសន្និដ្ឋានបានថា ប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែមមានការថយចុះជាងមុន។

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណាយមធ្យមបន្ថែម កាលណា $x = 30$, $x = 50$ និង $x = 70$ គឺមានការថយចុះចំនួន 0.633 ពាន់រៀល, 0.292 ពាន់រៀល និង 0.198 ពាន់រៀល។

១៥. សហគ្រាសផលិតសម្ភារៈអេឡិចត្រូនិចមួយ បានចំណាយសរុបក្នុងការផលិត សម្ភារៈ x គ្រឿងឱ្យតាម អនុ-គមន៍ $C(x) = 1080 + 42x + 0.3x^2$ ពាន់រៀល។ កំណត់បរិមាណសម្ភារៈដែលសហគ្រាស ត្រូវផលិតដើម្បីឱ្យប្រាក់ចំណាយមធ្យមមានកំរិតអប្បបរមាបើ $0 \leq x \leq 90$ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់បរិមាណសម្ភារៈដែលសហគ្រាសត្រូវផលិតដើម្បីឱ្យប្រាក់ចំណាយមធ្យមមាន កំរិតអប្បបរមា

ប្រាក់ចំណាយមធ្យម
$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$$

តែ $C(x) = 1080 + 42x + 0.3x^2$

$$\Rightarrow \bar{C}(x) = \frac{1080 + 42x + 0.3x^2}{x} = \frac{1080}{x} + 42 + 0.3x$$

$$\Rightarrow \bar{C}'(x) = -\frac{1080}{x^2} + 0.3$$

ប្រាក់ចំណាយមធ្យមមានកំរិតអប្បបរមាកាលណា $\bar{C}'(x) = 0$

$$\text{នោះ } -\frac{1080}{x^2} + 0.3 = 0 \Rightarrow x = \pm 60$$

តែ $0 \leq x \leq 90$ នោះ $x = 60$

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណាយមធ្យមមានកំរិតអប្បបរមាកាល ណា $x = 60$ គ្រឿង។

១៦. ក្រុមហ៊ុនផលិតសម្ភារៈប្រើប្រាស់មួយបានចំណាយសរុបក្នុងការផលិតសម្ភារៈ x គ្រឿងឱ្យតាមអនុគមន៍ $C(x) = x^2 + 20x + 1050$ ពាន់រៀល ហើយក្រុមហ៊ុនលក់ចេញវិញទទួលបានប្រាក់ចំណូលសរុប អោយតាមអនុគមន៍ $R(x) = 140x - 0.5x^2$ ពាន់រៀល។ កំណត់កំរិតបរិមាណសម្ភារៈដែលក្រុមហ៊ុន ត្រូវផលិតនិងលក់ដើម្បីឱ្យក្រុមហ៊ុនទទួលបានប្រាក់ចំណេញជាអតិបរិមា បើ $0 \leq x \leq 70$ ។

ដំណោះស្រាយ

កំណត់កម្រិតបរិមាណសម្ភារៈដែលក្រុមហ៊ុនត្រូវផលិតនិងលក់ដើម្បីឱ្យក្រុមហ៊ុនបាន ប្រាក់ចំណេញជាអតិបរិមា

តាមរូបមន្តប្រាក់ចំណេញ $P(x) = R(x) - C(x)$

តែ $R(x) = 140x - 0.5x^2$, $C(x) = x^2 + 20x + 1050$

$$P(x) = (140x - 0.5x^2) - (x^2 + 20x + 1050)$$

$$= -1.5x^2 + 120x - 1050$$

$$\Rightarrow P'(x) = -3x + 120$$

ប្រាក់ចំណេញអតិបរិមាកាលណា $P'(x) = 0$ នោះ

$$-3x + 120 = 0 \Rightarrow x = 40$$

ដូចនេះ ដើម្បីឱ្យក្រុមហ៊ុនទទួលបានប្រាក់ចំណេញជា អតិបរិមាក្រុមហ៊ុនត្រូវលក់សម្ភារៈ $x = 40$ គ្រឿង។