មេរៀនទី១: បំណែងចែកប្រូបាប

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. អថេរចៃដន្យដាច់ R មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

$P(R=r)=c(3-r)$ ចំពោះ $r=0,1,2,3$ ។

គណនាតម្លៃ c រួចគូសក្រាបសរសេរតាងដោយបំណែងចែកប្រូបាប ។

សម្មតិកម្ម : អថេរចៃដន្យ R មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

$P(R=r)=c(3-r)$ ដែល $r=0,1,2,3$

បើ $r=0$ នោះ $P(R=0)=3c$

បើ $r=1$ នោះ $P(R=1)=2c$

បើ $r=2$ នោះ $P(R=2)=c$

បើ $r=3$នោះ $P(R=3)=0$

ដោយ R អថេរចៃដន្យដាច់ នោះគ្រប់តម្លៃ r គេបាន $\sum P(R=r)=1$

គេបាន $3c+2c+c=1$, $c=1/6$

តារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ R

R	0	1	2	3
$P(R=r)$	$3c$	$2c$	c	0

២. អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប បង្ហាញតាមតារាងខាងក្រោម:

x	-3	-2	-1	0	1
$P(X=x)$	0.1	0.25	0.3	0.13	d

គណនា:

ក. តម្លៃ d ខ. $P(-3\le X<0)$ គ . $P(X>-1)$ ឃ. $P(-1<X<1)$

ង. ម៉ូត ។

សម្មតិកម្ម : អថេរចៃដន្យX និងតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ x

ក.គណនា តម្លៃ d តាមតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ x

គេបាន: $0.1+0.25+0.3+0.15+d=1$, $d=0.2$

ខ.គណនា $\mathrm{P}(-3\le \mathrm{X}<0)$

$\mathrm{P}(-3\le \mathrm{X}<0)=\mathrm{P}(\mathrm{X}=-3)+\mathrm{P}(\mathrm{X}=-2)+\mathrm{P}(\mathrm{X}=-1)$

$= 0.1 + 0.25 + 0.3$
$= 0.65$

គ.គណនា $P(X > -1)$

$P(X > -1) = P(X = 0) + P(X = 1)$
$= 0.15 + 0.2$
$= 0.35$

ឃ.គណនា $P(-1 < X < 1)$

$P(-1 < X < 1) = P(X = 0)$
$= 0.15$

ង.គណនា ម៉ូត

ដោយប្រូបាប $P(X) = -1 = 0.3$ មានតម្លៃធំជាងគេ នោះគេបាន ម៉ូតស្មើនឹង ដកមួយ ។

៣. អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X = x)$

ចំពោះ $x = 5, 6, 7, 8, 9$ ដែល កំណត់ដោយតារាងខាងក្រោម:

x	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	$\frac{3}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{3}{11}$

គណនា μ ។

សម្មតិកម្ម: មានអថេរចៃដន្យនិងតារាងបំណែងនិងតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X x

$$E(X) = \mu = \sum x.P(X = x)$$
$$= 5\left(\frac{3}{11}\right) + 6\left(\frac{2}{11}\right) + 7\left(\frac{1}{11}\right) + 8\left(\frac{2}{11}\right) + 9\left(\frac{3}{11}\right)$$
$$= \frac{15}{11} + \frac{12}{11} + \frac{14}{11} + \frac{7}{11} + \frac{16}{11} + \frac{27}{11}$$
$$= 7$$

៤. អថេរចៃដន្យ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប$P(X = x)$ចំពោះ $x = 1,\ 2,\ 3$

គណនា

x	1	2	3
$P(X = x)$	0.1	0.4	0.5

ក. $E(X)$

ខ. $E(X^2)$

គ. $E(2X^2 + 3X - 5)$

ឃ. $Var\ (X)$ ។

សម្មតិកម្ម : មានអថេរចៃដន្យX និងតារាងបំណែងចែកប្រូបាបនៃ x

ក. គណនា $E(X)$

$$E(X) = \sum x.P(X = x)$$
$$= 1(0.1) + 2(0.4) + 3(0.5)$$
$$= 2.4$$

ខ.គណនា $E(X^2)$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum x^2.P(X=x) \\ &= 1^2(0.1)+2^2(0.4)+3^2(0.5) \\ &= 1(0.1)+4(0.4)+9(0.5) \\ &= 6.2 \end{aligned}$$

គ.គណនា $E(2X^2+3X-5)$

$$\begin{aligned} E(2X^2+3X-5) &= \sum(2x^2+3x-5).P(X=x) \\ &= 9(0.4)+22(0.5) \\ &= 14.6 \end{aligned}$$

ឃ. គណនា $Var\,(X)$

$$\begin{aligned} Var\,(X) &= E(X^2)-E^2(X) \\ &= 6.2-(2.4)^2 \\ &= 0.44 \end{aligned}$$

៥. គណនាចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងផ្ងារឡើងបានខាងរូបក្បាល ពេលណាគេបោះកាក់ពីរព្រមគ្នា ។

យើងមានកាក់មួយដែលមានមុខពីរ និង បោះកាក់ពីរព្រមគ្នា ។

តាង H H បើកាក់ផ្ងារឡើងបានរូបខាងក្បាល

តាង T T មិនមែនជារូបខាងក្បាល

តាង X ជាអថេរចៃដន្យ "ចំនួនដងដែលផ្ងារឡើងបានរូបខាងក្បាល"

យើងបានអថេរ X ដែលយើងយកតម្លៃ $x=0,1,2$ ។

យើងយកតម្លៃ $x=0$ មានន័យថា $P(X=0)=P(TT)$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

យើងយកតម្លៃ $x=1$ មានន័យថា $P(X=1)=P(HT)+P(TH)=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

យើងយកតម្លៃ $x=2$មានន័យថា $P(X=2)=P(HH)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

នាំឲ្យមធ្យមគេសង្ឃឹមថានឹងបោះបានរូបខាងក្បាលមួយគឺ

$$E(X)=\sum x.P(X=x)=0\left(\frac{1}{4}\right)+1\left(\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{4}\right)=1$$

ដូចនេះ ចំនួនដងដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងផ្ងារឡើងបានរូបខាងក្បាលគឺស្មើនឹងមួយ ។

៦. បើ X ជាអថេរចៃដន្យដាច់ "ពិន្ទុដែលចេញពេលគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់"
ហើយអនុគមន៍ ដងស៊ីតេប្រូបាបឲ្យដោយ តារាងខាងក្រោម ៖

x	1	2	3	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	y	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$

គណនា ក. តម្លៃ y ខ. $E(X)$ គ . $E(X^2)$ ឃ. $Var(4X)$ ។

សម្មតិកម្ម: $X\,X$ ជាអថេរចៃដន្យដាច់ និងតារាងអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

គណនា៖

ក. តម្លៃ $y\ y$

ដោយ $X\,X$ ជាអថេរចៃដន្យ យើងបាន

$$\tfrac{1}{6}+\tfrac{1}{6}+\tfrac{1}{5}+\mathrm{y}+\tfrac{1}{5}+\tfrac{1}{6}=0.1$$

ខ. $E(X)$

$$E(X)=\sum x.P(X=x)$$
$$E(X)=1\left(\tfrac{1}{6}\right)+2\left(\tfrac{1}{6}\right)+3\left(\tfrac{1}{5}\right)+4(0.1)+5\left(\tfrac{1}{5}\right)+6\left(\tfrac{1}{6}\right)=3.5$$

គ. $E(X^2)$

$$E(X^2)=\sum x^2.P(X=x)$$
$$=1^2\left(\tfrac{1}{6}\right)+2^2\left(\tfrac{1}{6}\right)+3^2\left(\tfrac{1}{5}\right)+4^2(0.1)+\ 5^2\left(\tfrac{1}{5}\right)+\ 6^2\left(\tfrac{1}{6}\right)$$
$$=\ 15.23$$

ឃ. Var(4X)

$$Var(x)\ =E(X^2)-\mu^2=15.23^2-2.5^2=2.98$$
$$Var(4x)=16Var(X)\ =\ 16\times 2.98\ =5.37$$

៧. អថេរចៃដន្យដាច់X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

$P(X=x)=kx$ ចំពោះ $x=1,2,3,4,5$ និង $P(X=x)=k(10-x)$

ចំពោះ $x=6,7,8,9$ ។

គណនា ៖ ក. ចំនួនថេរ k ខ. $E(X)$ គ . $Var(X)$ ឃ. $E(2X-3)$ ។

សម្មតិកម្ម: យើងមានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប

$P(X=x)=kx$ ចំពោះ $x=1,2,3,4,5$

$P(X=x)=k(10-x)$ ចំពោះ $x=6,7,8,9$ ។

យើងអាចបង្កើតតារាងអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាបបាន

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(X=x)$	k	$2k$	$3k$	$4k$	$5k$	$4k$	$3k$	$2k$	k

គណនា

ក.ចំនួនថេរ k

ដោយ X ជាអថេរចៃដន្យ នោះ ផលបូកប្រូបាបស្មើនឹងមួយគឺ

$\sum P(X=x)=1$ គេបាន

$P(X=x)=kx$ ចំពោះ $x=1,2,3,4,5$
$P(X=1)=k$
$P(X=2)=2k$
$P(X=3)=3k$
$P(X=4)=4k$
$P(X=5)=5k$
$P(X=x)=k(10-x)$ ចំពោះ $x=6,7,8,9$
$P(X=6)=k(10-6)=4\mathrm{k}$
$P(X=7)=k(10-7)=3\mathrm{k}$
$P(X=8)=k(10-8)=2\mathrm{k}$
$P(X=9)=k(10-9)=\mathrm{k}$
$k+2k+3k+4k+5k+4k+3k+2k+k=1$
$k=\frac{1}{25}$

ខ. សង្ឃឹមគណិត $E(X)$

សង្ឃឹមគណិត $E(X)=\sum xP(X=x)=\sum x_iP_i$

$=1.k+2.2k+3.3k+4.4k+5.5k+6.4k+7.3k+8.2k+9k$

$=k(1+4+9+16+25+24+21+16+9)$

$=\frac{1}{25}\times 125=5$

គ. វ៉ារ្យង់ $Var(X)$

$Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=E(x^2)-\mu^2$

យើងមាន

$E(X^2)=\sum x^2.P(X=x)$ និង $E(X)=5$

$=1.k+2^2.2k+3^2.3k+4^2.4k+5^2.5k+6^2.4k$

$+7^2.3k+8^2.2k+9^2k$

$=k(1+8+27+64+125+144+147+128+81)$

$=\frac{1}{25}\times 725=29$

គេបានវ៉ារ្យង់ $Var(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=29-5^2=4$

ឃ. $E(2X-3)$

យើងអាចសរសេរ $E(2X-3) = 2E(X) - 3 = 10 - 3 = 7$

ព្រោះ $E(ax+b) = aE(x) + b$

ង. $Var(2X-3) = 2^2 \times Var(X) = 4.4 = 16$

ព្រោះ $Var(ax+b) = a^2 Var(x)$

៨. នៅក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ក្រហម 3 និងឃ្លីពណ៌ស 4 ។ គេចាប់យកឃ្លី ដោយចៃដន្យ (ករណីចាប់ហើយមិនដាក់ចូលវិញ)

បើX ជាអថេរចៃដន្យ "ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលចាប់បាន " គណនា ៖

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុក

ខ. គំលាតស្តង់ដានៃ X

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុក

សម្មតិកម្ម: X ជាអថេរចៃដន្យ "ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហម ដែលចាប់បាន " មានន័យថា គេចាប់យកឃ្លីពណ៌ក្រហម

នោះ x យកតម្លៃ 0,1, 2 យើងបាន

បើ $P(X=0) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{4\times 3}{2} \times \frac{2}{7\times 6} = \frac{2}{7}$

បើ $P(X=1) = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{C_7^2} = 4 \times 3 \times \frac{2}{7\times 6} = \frac{4}{7}$

បើ $P(X=2) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = 3 \times \frac{2}{7\times 6} = \frac{1}{7}$

$E(X) = 0.P(X=0) + 1.P(X=1) + 2.P(X=2) = \frac{6}{7} \cong 1$

ខ. គំលាតស្តង់ដានៃ X

យើងមាន

$\sigma = \sqrt{Var(X)}$ ដែល$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

ដែល $E(X^2) = \sum x^2 . P(X=x)$

$= 0^2 . P(X=0) + 1^2 . P(X=1) + 2^2 . P(X=2)$

$= 1.\frac{4}{7} + 4.\frac{1}{7} = \frac{8}{7}$

យើងបាន $Var(X) = \frac{8}{7} - \left(\frac{6}{7}\right)^2 = \frac{56-36}{46} = \frac{20}{49}$

នាំឲ្យ $\sigma = \sqrt{\frac{20}{49}} = 0.63$

៩. គេជ្រើសរើសបង្កើតជាក្រុមមួយមានគ្នា 3 នាក់ ចេញពីមនុស្សប្រុស 6 នាក់និងមនុស្ស ស្រី 5 នាក់ បើ X ជាអថេរចៃដន្យ " ចំនួនមនុស្សស្រីក្នុងក្រុម " ។ គណនា

ក. $E(X)$ ខ. $E(X^2)$ គ . $Var(X)$ ឃ. គំលាតស្តង់ដានៃ X ។

បើ X ជាអថេរចៃដន្យ " ចំនួនមនុស្សស្រីក្នុងក្រុម " នោះ $x = \overline{0,3}$ គេបាន

$$P(X=0) = P\left(\text{ប្រុសទាំងបី}\right) = \frac{C(6,3)}{C(11,3)} = \frac{4}{33}$$

$$P(X=1) = P\left(\text{ស្រី } 1\text{ប្រុស}2\right) = \frac{C(5,1).C(6,2)}{C(11,3)} = \frac{5}{11}$$

$$P(X=2) = P\left(\text{ស្រី } 2\text{ប្រុស}1\right) = \frac{C(5,2).C(6,1)}{C(11,3)} = \frac{4}{11}$$

$$P(X=3) = P\left(\text{ស្រី ទាំង}3\right) = \frac{C(5,3)}{C(11,3)} = \frac{2}{33}$$

យើងបាន $E(X) = \sum x.P(X=x)$

$$= 0.P(X=0) + 1.P(X=1) + 2.P(X=2) + 3.P(X=3)$$

$$= 0.\frac{4}{33} + 1.\ \frac{5}{11} + 2.\frac{4}{11} + 3.\frac{2}{33} = \frac{15}{11}$$

ខ. $E(X^2)$

$E(X) = \sum x^2.P(X=x)$

$$= 1^2.P(X=1) + 2^2.P(X=2) + 3^2.P(X=3)$$

$$= 0^2.\frac{4}{33} + 1^2.\ \frac{5}{11} + 2^2.\frac{4}{11} + 3^2.\frac{2}{33} = \frac{27}{11}$$

គ. $Var(X)$

$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$$Var(X) = \frac{27}{11} - \left(\frac{15}{11}\right)^2 = \frac{72}{121}$$

ឃ. គំលាតស្តង់ដានៃ X

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\frac{72}{121}} = 0.77$$

១០. តារាងបំណងចែកប្រូបាបខាងក្រោម បង្ហាញពីចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ប្រចាំថ្ងៃក្នុងទីក្រុង

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0.20	0.40	0.20	0.15	0.05

គណនា:ក. ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុង 1 ថ្ងៃ

ខ. វ៉ារ្យង់ ។

ក.ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុង 1ថ្ងៃ

តាមរាងយើងបាន គេបាន X ជាអថេរចៃដន្យនៃ

"ចំនួនគ្រោះថ្នាក់ចរាចរណ៍ដែលសង្ឃឹមទុកក្នុង 1ថ្ងៃ "

នោះសង្ឃឹម $E(X) = \sum x.P(X = x)$

$= 1.P(X = 1) + 2.P(X = 2) + 3.P(X = 3) + 4.P(X = 4)$
$+5.P(X = 5)$
$= 1(0{,}20) + 2(0{,}40) + 3(0{,}20) + 4(0{,}15) + 5(0{,}05)$
$= 2{,}45$

ខ.វ៉ារ្យង់$Var(X)$

យើងបាន $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

តែ $E(X^2) = \sum x.P(X = x)$

$= 1^2.P(X = 1) + 2^2.P(X = 2) + 3^2.P(X = 3) + 4^2.P(X = 4)$
$+5^2.P(X = 5)$
$= 1(0{,}20) + 2^2(0{,}40) + 3^2(0{,}20) + 4^2(0{,}15) + 5^2(0{,}05)$
$= 7{,}25$
$Var(X) = 7{,}25 - (2{,}45)^2 = 1{,}247$

១១.គេទាញយកប៊ូល 2 ពីក្នុងថង់មួយដែលផ្ទុកប៊ូលស 3 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 2 ។

តាង X ជាចំនួននៅលើប៊ូល ស ទាំងពីរដែលទាញយក។

គណនាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតនៃ X

គណនាបំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតនៃ X

ស.ក ស 3 និង ខ្មៅ 2

$P(X = 0) = P(BB) = \frac{C(2;2)}{C(5;2)} = \frac{1}{10}$

$P(X = 1) = P(WB) = \frac{C(3;1)C(2;1)}{C(5;2)} = \frac{6}{10}$

$P(X = 2) = P(WW) = \frac{C(3;2)}{C(5;2)} = \frac{3}{10}$

បំណែងចែកប្រូបាប៊ីលីតនៃ X គឺ

X	0	1	2
$P(X = x)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

១២.គេឲ្យអថេរចៃដន្យដោយលទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយ។

រកតម្លៃដូចខាងក្រោម

1). $E(X)$, 2). $E(2X-7)$,3). $E(X^2)$

គណនា

1). $E(X)=\frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}$

2). $E(2X-7)=2E(X)-7=2\times\frac{7}{2}-7=0$

3). $E(X^2)=\frac{1}{6}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2)=\frac{91}{6}$

១៣.ឧបមាយើងទាញយកប៊ូល2 ពីក្នុងថង់មួយដែលផ្ទុកប៊ូលពណ៌ស 3 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 2 ។

គណនា តម្លៃមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ

គណនា តម្លៃមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃអថេរចៃដន្យ

យើងបាន

តម្លៃមធ្យម $E(X)=0\left(\frac{1}{10}\right)+1\left(\frac{3}{5}\right)+2\left(\frac{3}{10}\right)=\frac{6}{5}$

វ៉ារ្យង់ $V(X)=\left(0-\frac{6}{5}\right)^2\left(\frac{1}{10}\right)+\left(1-\frac{6}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)+\left(2-\frac{6}{5}\right)^2\left(\frac{3}{10}\right)=\frac{9}{25}$

១៤.គេតាងXជាអថេរចៃដន្យ់ឲ្យដោយលទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់

រកតម្លៃវ៉ារ្យ៉ង់នៃ X និងគណនាតម្លៃគំលាតគំរូនៃ X

គណនា

វ៉ារ្យង់ $V(X)=E(X^2)-\mu^2$

$E(X)=\frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)=\frac{21}{6}=\frac{7}{2}$

$E(X^2)=\frac{1}{6}(1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+6^2)=\frac{91}{6}$

នាំឲ្យ វ៉ារ្យង់ $V(X)=E(X^2)-\mu^2$

វ៉ារ្យង់ $V(X)=E(X^2)-\mu^2=\frac{91}{6}-\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{35}{12}$

គំលាតគំរូ $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{35}{12}}=1,7078$

១៥.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ពីរក្នុងពេលតែមួយហើយ តាង X ជាភាពខុសគ្នានៃ ពីរចំនួននៅលើគ្រាប់ឡុកឡាក់។

រកបំណាងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

គេបាន $X=0$; $(1,1)$; $(2,2)$; $(3,3)$, $(4,4)$, $(5;5)$, $(6,6)$

$X=1$; (1,2); (2,1); (2,3); (3,2); (3,4); (4,3); (4,5); (5,4);(5,6)

$X=2$; (1,3); (3,1); (2,4); (4,2); (3,5); (5,3); (4,6); (6,4)

បំណាងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃ X

X	0	1	2	3	4	5	សរុប
$P(X=x)$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{18}$	1

តម្លៃមធ្យមនៃ X

$E(X)=\frac{(0)(3)+(1)(5)+(2)(4)+(3)(3)+(4)(2)+(5)(1)}{18}=\frac{35}{18}$

១៦.តាង X ជាអថេរចៃដន្យដែលកំណត់ដោយលទ្ធផលនៃការបោះគ្រាប់ឡុកឡាកមួយ ។ រកតម្លៃមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃ X

1). $2X$,2) . $2X-3$,3). $2X+1$

រកតម្លៃមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃ X

1). $E(2X)=2E(X)=(2)\left(\frac{7}{2}\right)=7$

$V(2X)=4V(X)=(4)\left(\frac{35}{12}\right)=\frac{35}{3}$

2) . $E(\ 2X-3)=2E(X)-3=(2)\left(\frac{7}{2}\right)-3=4$

$V(2X-3)=4V(X)=(4)\left(\frac{35}{12}\right)=\frac{35}{3}$

3). $E(-2X+1)=-2E(X)+1=(-2)\left(\frac{7}{2}\right)+1=-6$

$V(-2X+1)=4V(X)=(4)\left(\frac{35}{12}\right)=\frac{35}{3}$

១៧.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាកធំមួយ និងតូចមួយក្នុងពេលតែមួយ ហើយគេយក X ជាមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់ធំដែលចេញ X និង Yជាមុខគ្រាប់ឡុកឡាក់តូចដែលចេញ ។ រកមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃ $2X-Y$

រកមធ្យម និងវ៉ារ្យង់នៃ $2X-Y$ ដែល X,Y មិនទាក់ទងគ្នា

$E(2X-Y)=2E(X)-E(Y)=(2)\left(\frac{7}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{7}{2}$

$$V(2X-Y)=V(2X)+V(-Y)=4V(X)+(-1)^2V(X)$$
$$=(4)\left(\frac{35}{12}\right)+(1)\left(\frac{35}{12}\right)=\frac{175}{12}$$

១៨.ឧបមាថាថង់មួយមានប៊ូលចំនួន 6 ដែលប៊ូលនីមួយៗមានលេខ1,2,3,4,5 និង 6 រៀងគ្នា។ ចូររកបំណាងចែកប្រូបាប៊ីតេនៃ X និងតម្លៃមធ្យមនៃ X

រកបំណាងចែកប្រូបាប៊ីលីតេនៃ Xនិងតម្លៃមធ្យមនៃ X

X	2	3	4	5	6	សរុប
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	1

តម្លៃមធ្យម $E(\ X)=\frac{(1)(2)+(3)(2)+(4)(3)+(5)(4)+(6)(5)}{15}=\frac{14}{3}$

១៩.យើងធ្វើការបោះកាក់មួយជាបន្តបន្ទាប់រហូតដល់វាចេញបានរូបក្បាល ។

តាង X ជាចំនួនដងដែលយើងបោះកាក់

1).ប្រសិនបើជាកាក់ត្រឹមត្រូវ,ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X

2).ប្រសិនបើជាកាក់មានប្រូបាប P នៃលទ្ធផលចេញរូបខាងក្បាល, ចូររកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X

3).ចូររកតម្លៃមធ្យមនៃX (ករណីសំណួរ 2)

1) ប្រសិនបើជានេះជាកាក់ត្រឹមត្រូវ,
រកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X
បើ $X = n$បានន័យថាចេញកន្ទុយគឺ $n-1$ ហើយនៅចុងក្រោយគឺក្បាល
ដូចនេះ ប្រូបាប គឺ$P(X = n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ $, n = 1,2 \ldots..$

2) ប្រសិនបើជាកាក់មានប្រូបាប P នៃលទ្ធផលចេញរូបខាងក្បាល, រកបំណែងចែកប្រូបាបនៃ X
តាមករណី (1) គេបានប្រូបាបគឺ $P(X = n) = (1-p)^{n-1}p \quad n = 1,2 \ldots$

3) រកតម្លៃមធ្យមនៃX (ករណីសំណួរ 2)
កំណត់តាង $1-p$ ដោយ q
គេបាន $E(X) = \sum_{n=1}^{\infty} np\,(X = n) = P\sum_{n=1}^{\infty} nq^{n-1}$

$$= P\sum_{n=1}^{\infty}(q^n)' = P(\sum_{n=1}^{\infty} q^n)' = P\left(\frac{q}{1-q}\right)'$$

$$= P\left(\frac{1}{1-q}\right) = P \times \frac{1}{P^2} = \frac{1}{P}$$

$$E(X) = \frac{1}{P}$$

២០.ក្រុមហ៊ុនទូរស័ព្ទមួយបានធ្វើការអង្កេតពីការប្រើប្រាស់ទូរស័ព្ទរបស់អតិថិជននៃក្រុមហ៊ុនរបស់ខ្លួន ។ក្នុងមួយនាទីប្រូបាប៊ីលីតេដែលនាំឲ្យអតិថិជនប្រើប្រាស់ទូរស័ព្ទស្មើ 0.05 ។ កំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេដើម្បីឲ្យមានអតិថិជនយ៉ាងតិច 5 នាក់បានប្រើប្រាស់ទូរស័ព្ទក្នុងរយះពេលមួយនាទី ។

កំណត់ប្រូបាប៊ីលីតេ ដើម្បីឲ្យមានអតិថិជនយ៉ាងតិច 5 នាក់បាន ប្រើប្រាស់ទូរស័ព្ទ ក្នុងរយះពេលមួយនាទី ។

យើងបាន $P(X \geq 5)$

$P(X \geq 5) = 1 - P(X \geq 5)$

$= 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)]$

$= 1 - (0{,}050 + 0{,}149 + 0{,}224 + 0{,}224 + 0{,}168)$

$= 1 - 0{,}825$

$= 0{,}185$

២២.អ្នកលេងល្បែងម្នាក់ទាញយកសន្លឹកបៀរចេញពីក្នុងចំណមបៀរ32សន្លឹក។
គាត់បានចំណេញ \$ 2 បើទាញបានសន្លឹកកឺ, បើផ្ទុយពីនេះគាត់ខាត់ \$1
កំណត់បំណងចែកប្រូបា និងសង់ដ្យាក្រាម

កំណត់បំណងចែកប្រូបាប និងសង់ដ្យាក្រាម
យើងមាន $X = -1,2$

$$P(X=-1) = P\left(1 \text{ សន្លឹកផ្ទុយពីកឺ}\right) = \frac{C_{24}^1}{C_{32}^1} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

$$P(X=2) = P\left(1 \text{ សន្លឹកជាកឺ}\right) = \frac{C_8^1}{C_{32}^1} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

បំណងចែកប្រូបាប

X	-1	2
$P(X=x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

២៣.ក្នុងប្រអប់មួយមានផលិតផល 5 ដែលគេបានសរសេរលេខ1នៅលើផលិតផលបី និងលេខ 2លើផលិតផលពីរទៀត ។គេទាញយកផលិតផល 4 ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យ,តាង X ជាអថេរចៃដន្យតំណាងផលបូកលេខនៅលើ ផលិតផលទាំងបួនដែលគេអាចទាញបាន។
ចូរកំណត់បំណែងចែកប្រូបាបនៃ X

កំណត់បំណែងចែកប្រូបាបនៃ X
យើងមាន $X = 5, (x' = 5, x'' = 6)$នាំឲ្យ

$$P(X=5) = P(\text{លេខ } 1 \text{ បីដង\&លេខ } 2 \text{ មួយដង}) = \frac{C_3^3 \times C_2^1}{C_5^4} = \frac{2}{5}$$

$$P(X=6) = P(\text{លេខ } 1 \text{ ពីដង\&លេខ } 2 \text{ ពីដង}) = \frac{C_3^2 \times C_2^2}{C_5^4} = \frac{3}{5}$$

ដូចនេះ បំណែងចែកប្រូបាបនៃ X គឺ

X	5	6
$P(X-x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

២៤.ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម 1 និង ប៊ូល ស 3 ។គេទាញយកប៊ូល 4 (ម្តងទាញយក 1 ហើយដាក់វិញ)។គេកំណត់ X ជាអថេរចៃដន្យ តាងចំនួនប៊ូលក្រហមដែលអាចទាញចេញបាន ។ចូរកំណត់បំណែងចែកប្រូបាបនៃ X

យើងបាន $P(X=0)=P(ស=4)=P(ស).P(ស).P(ស).P(ស)$

$=P(ស)=\left(\frac{C_3^1}{C_4^1}\right)^4=\left(\frac{3}{4}\right)^4$

$P(X=1)=P\big(ស\ 3\ និង\ ក្រហ\ 1\big)=>\begin{cases}កសសស\\សកសស\\សសកស\\សសសក\end{cases}$

$P_n'=\frac{n'}{P_1'.P_2'.........P_n'}$ នាំឲ្យ $P(3,1)=\frac{4}{3!.1!}=4$

$=4P^3.P(ស).P(ក)=4\left(\frac{3}{4}\right)^3.\frac{1}{4}=\left(\frac{3}{4}\right)^3$

$P(X=2)=P(ក\ 3\ និង\ ស1)=6P^2(ក).P^2(ស)\ \ =6\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^2$

$P(X=3)=P\big(ក\ 3\ និង\ ស1\big)=4P(ក).P(ស)=4\left(\frac{1}{4}\right)^3\frac{3}{4}\ =3\left(\frac{1}{4}\right)^3$

$P(X=4)=P(ក4=P^4(ក)=\left(\frac{1}{4}\right)^4$

ដូចនេះបំណែកចែកប្រូបាប នៃ X គឺ

X	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	$\left(\frac{3}{4}\right)^4$	$\left(\frac{3}{4}\right)^4$	$6\left(\frac{1}{4}\right)^2.\left(\frac{3}{4}\right)^2$	$3\left(\frac{1}{4}\right)^3$	$\left(\frac{1}{4}\right)^4$

២៥.គេឲ្យបំណែងចែប្រូបាបខាងក្រោម៖

ចូរកំណត់ $E(X)$ និង $\bar{X}$

X	28	23.4	18.6	15	12	8
$P(X=x)$	0.05	0.21	0.34	0.22	0.10	0.08

កំណត់ $E(X)$

យើងបាន

$$E(X)=28\times0.05+23.4\times0.21+18.6\times0.34+15\times0.22+12\times0.10+8\times0.08$$
$$=17.77$$

កំណត់ $\bar{X}$

យើងបាន $\bar{X}=\frac{28+23.4+18.6+15+12+8}{6}=17.5$

២៦. គេឲ្យបំណែងចែប្រូបាបកំណត់ដោយ ៖

X	1	2	3
$P(X=x)$	0.3	0.2	0.5

កំណត់ $E(2x+1),E(x^2+1)$

កំណត់ $E(2x+1)$

យើងបាន $E(2x+1) = 2E(x) + 1$

$= 2.(1\times 0.3 + 2\times 0.2 + 5\times 0.5) + 1 = 9.1$

កំណត់$E(x^2+1)$

យើងបាន $E(x^2+1) = E(x^2) + 1$

$= 1^2\times 0.3 + 2^2\times 0.2 + 5^2\times 0.5 + 1 = 14.6$

មេរៀនទី២: បំណែងចែកទ្វេធា

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១.គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់មួយចំនួន 7 ដង។ រកប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 ចំនួន 3 ដង។

ដំណោះស្រាយ

យើងឃើញថា ប្រូបាប នៃព្រឹត្តិការណ៍ចេញលេខ 2 គឺ $p=\frac{1}{6}$ និងប្រូបាបដែល

មិនចេញលេខ 2 គឺ $q=1-p=\frac{5}{6}$

ដោយ ករណីនីមួយៗមានប្រូបាបស្មើគ្នា តាមច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា

យើងបាន ប្រូបាបដែលគ្រាប់ឡុកឡាក់ចេញមុខលេខ 2 ចំនួន 3 ដងគឺ

$$P(X=3)=C(7,3)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4=\frac{7!}{3!(7-3)!}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4=0.07$$

២.ថង់មួយមានបាល់ពណ៌ក្រហម 3 និងបាល់ពណ៌ស 2។ គេចាប់យកបាល់មួយចេញពីថង់ ហើយកត់ត្រាពណ៌នៃបាល់ រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ។

បើគេចាប់ហើយដាក់ចូលវិញចំនួន 5 ដង គណនាប្រូបាបដែលគេចាប់បានបាល់ក្រហមចំនួន 2 ដង។

ដំណោះស្រាយ

យើងឃើញថា ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ក្រហមគឺ $p=\frac{3}{5}$ និងប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍

ចាប់មិនបានបាល់ក្រហមគឺ $q=1-p=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

ដោយ ព្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗមានប្រូបាបស្មើៗគ្នា តាមច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា

យើងបាន ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ចាប់បានបាល់ក្រហម 2 ដងក្នុងចំណោមការចាប់ចំនួន 5 ដង

គឺ $P(X=2)=C(5,2)\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{5!}{2!\cdot 3!}\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)^3=0.23$

៣.បើ X ជាអថេរនៃ $Bin\left(6,\frac{1}{3}\right)$ ។ គណនា៖

ក $P(X=4)$.

ខ $P(X\le 2)$.

ដំណោះស្រាយ

តាមសម្មតិកម្មខាងលើយើងបាន $n=6$ និង តម្លៃប្រូបាប $p=\frac{1}{3}$

ក $P(X=4)$ គណនា .

$$P(X=4)=C(6,4)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-4}=\frac{6!}{4!\cdot 2!}\cdot\frac{1}{81}\cdot\frac{4}{9}=0.08$$

ខ $P(X\le 2)$ គណនា .

$$P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$

ដោយ $P(X=0)=C(6,0)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^0\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-0}=\frac{64}{729}$

$$P(X=1)=C(6,1)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^1\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-1}=6\cdot\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{64}{243}$$

$$P(X=2)=C(6,2)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^{6-2}=\frac{6!}{2!\cdot 4!}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{16}{81}=\frac{240}{729}$$

នាំឲ្យ $P(X\le 2)=\frac{64}{729}+\frac{64}{243}+\frac{240}{729}=0.68$

៤.បើ X ជាអថេរនៃ $Bin(8,0.4)$ ។ គណនា៖

ក $P(X=2)$. ខ. $P(X=0)$ គ. $P(X>6)$

ដំណោះស្រាយ

តាមសម្មតិកម្មខាងលើ យើងបាន $n=8$ និង តម្លៃប្រូបាប $p=0.4$

ក $P(X=2)$.

$$P(X=2)=C(8,2)\cdot(0.4)^2\cdot(1-0.4)^{8-2}=\frac{8!}{2!\cdot 6!}\cdot(0.4)^2\cdot(0.6)^6=0.2$$

ខ. $P(X=0)$

$$P(X=0)=C(8,0)\cdot(0.4)^0\cdot(1-0.4)^{8-0}=\frac{8!}{0!\cdot 8!}\cdot(0.6)^6=0.016$$

គ. $P(X>6)$

$P(X>6)=P(X=7)+P(X=8)$

ដោយ $P(X=7)=C(8,7)\cdot(0.4)^7\cdot(1-0.4)^{8-7}$

$=\dfrac{8!}{7!\cdot(8-7)!}\cdot(0.4)^7\cdot(0.6)=0.0078$

$$P(X=8)=C(8,8)\cdot(0.4)^8\cdot(1-0.4)^{8-8}=\frac{8!}{8!\cdot(8-8)!}\cdot(0.4)^8=0.0006$$

នាំឲ្យ $P(X>6)=0.0078+0.0006=0.0084$

៥.ប្រូបាបដែលមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A ស្មើនឹង 0.6។ គេធ្វើការស្ទង់មតិលើសំណាក មួយដែលមានមនុស្ស8 នាក់។ រកប្រូបាបដែល៖

ក3 . នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A

ខ.5 ច្រើនជាង នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A

ដំណោះស្រាយ

រកប្រូបាបដែល៖

ក3 . នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A

យើងមាន ប្រូបាបដែលមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A ស្មើនឹង0.6 នោះ $p=0.6$

នាំឲ្យ ប្រូបាបដែលមិនមែនមនុស្សម្នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A គឺ $q=1-0.6=0.4$

ដោយ គេធ្វើការស្ទង់មតិលើលំហាសំណាកដែលមានមនុស្ស8 នាក់ នោះ $n=8$

យើងបាន ប្រូបាប ដែលមនុស្ស3 នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A គឺ

$$P(X=3)=C(8,3)\cdot(0.6)^3\cdot(1-0.6)^{8-3}=\frac{8!}{3!\cdot(8-3)!}\cdot(0.6)^3\cdot(0.4)^5=0.12$$

ខ.5 ច្រើនជាង នាក់គាំទ្រគណៈបក្ស A

$P(X>5)=P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$

ដោយ :

$$P(X=6)=C(8,6)\cdot(0.6)^6\cdot(1-0.6)^{8-6}=\frac{8!}{6!\cdot(8-6)!}\cdot(0.6)^6\cdot(0.4)^2=0.20$$

$$P(X=7)=C(8,7)\cdot(0.6)^7\cdot(1-0.6)^{8-7}=\frac{8!}{7!\cdot(8-1)!}\cdot(0.6)^7\cdot(0.4)=0.08$$

$$P(X=8)=C(8,8)\cdot(0.6)^8\cdot(1-0.6)^{8-8}=\frac{8!}{8!\cdot(8-8)!}\cdot(0.6)^8=0.01$$

នាំឲ្យ $P(X>5)=0.20+0.08+0.01=0.29$

៦.ក្នុងល្បែងបោះកាក់មួយ គេនឹងទទួលបានប្រាក់ 200 រៀលបើកាក់ផ្ងារឡើងខាងរូបក្បាល ហើយទទួលបានប្រាក់ 100 រៀលបើកាក់ផ្ងារឡើងខាងគ្មានរូបក្បាល។ គេបោះកាក់នោះចំនួន 8 ដង។ គណនាប្រូបាបដែលគេទទួលបានប្រាក់ទាំងអស់ 1500 រៀល។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បីឲ្យគេទទួលបានប្រាក់ទាំងអស់ 1500 រៀល លុះត្រាតែ គេបោះកាក់បានផ្ងារឡើង ខាងរូបក្បាលចំនួន 7 កាក់ និងផ្ងារឡើងខាងគ្មានរូបក្បាលចំនួន 1 កាក់

ដោយ ប្រូបាបនៃការបោះកាក់ ផ្ងារឡើងខាងរូបក្បាលគឺ $p=0.5$ និងប្រូបាបដែលកាក់ ផ្ងារឡើងខាងគ្មានរូបក្បាល គឺ $q=0.5$

ដោយ ករណីនីមួយៗមានប្រូបាបស្មើៗគ្នា

តាម ច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា នាំឲ្យប្រូបាបដែលគេទទួលបានប្រាក់ 1500 រៀលគឺ:

$$P(X=7)=C(8,7)\cdot(0.5)^7\cdot(0.5)^{8-7}=\frac{8!}{7!\cdot(8-7)!}\cdot(0.5)^7\cdot(0.5)=8\cdot(0.5)^8$$

$$=0.03125$$

៧.នៅលើបន្ទាត់ចំនួន គេចេញដំណើរពីគល់ O ទៅទិសខាងស្តាំមួយប្រឡោះ បើគេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ មួយចេញបានលេខ 1 ឬលេខ 2។ គេនឹងទៅទិសខាងឆ្វេងមួយប្រឡោះ បើគេបោះបានលេខផ្សេង ទៀត។ គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់ 6 ដង។ គណនាប្រូបាបដែលធ្វើឲ្យគេត្រឡប់មកដល់គល់ O វិញនៅពេលគេបោះ លើកទី 6។

ដំណោះស្រាយ

ដើម្បី ឲ្យគេត្រឡប់មកដល់គល់ O វិញនៅពេលគេបោះលើកទី 6 លុះត្រាតែ គេបោះបានលេខ 1 ឬលេខ 2 ចំនួន 3 ដង និងបោះបានលេខផ្សេងទៀតចំនួន 3 ដងដោយមិនគិតលំដាប់នៃការទៅស្តាំឬឆ្វេង

ប្រូបាប ដែលគេបោះបានលេខ1 ឬលេខ 2 គឺ $p=\frac{2}{6}$ និងប្រូបាបដែលគេបោះបានលេខផ្សេងទៀតគឺ $q=\frac{4}{6}$

ដោយ ករណីនីមួយៗមានប្រូបាបស្មើៗគ្នា

តាម ច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា គេបាន ប្រូបាបដែលធ្វើឲ្យគេត្រឡប់មកដល់គល់ O វិញ នៅពេលគេបោះលើកទី 6 គឺ

$$P(X=3)=C(6,3)\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^{6-3}=\frac{6!}{3!\cdot(6-3)!}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^3$$

$$=20\cdot\left(\frac{2}{9}\right)^3=0.22$$

៨ X .ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,0.3)$ ។ គណនា៖

ក $E(X)$. ខ. គំលាតស្តង់ដា គ. ម៉ូត

ដំណោះស្រាយ

គណនា៖

ក $E(X)$.

ដោយ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(10,0.3)$

យើងបាន $n=10$ និងប្រូបាប $p=0.3$

នាំឲ្យ $E(X)=np=10\cdot 0.3=3$

ខ. គំលាតស្តង់ដា

យើងបាន វ៉ារ្យ៉ង់នៃ X គឺ $Var(X)=np(1-p)=10\cdot 0.3\cdot(1-0.3)=2.1$

នាំឲ្យ គម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង $\delta=\sqrt{Var(X)}=\sqrt{2.1}=1.45$

គ. ម៉ូត

ដោយ $E(X)=3$ ហើយម៉ូតមានតម្លៃក្បែរតម្លៃ មធ្យម នោះគេត្រូវយក x នៃ X ស្មើនឹង 2 3 ,ឬ 4

នាំឲ្យ $P(X=2)=C(10,2)\cdot(0.3)^2\cdot(1-0.3)^{10-2}=0.2334$

$P(X=3)=C(10,3)\cdot(0.3)^3\cdot(1-0.3)^{10-3}=0.2668$

$P(X=4)=C(10,4)\cdot(0.3)^4\cdot(1-0.3)^{10-4}=0.2001$

ដោយ $P(X=3)=0.2668$ មានតម្លៃធំជាងគេ គេបាន $x=3$ ជាម៉ូត

៩ X .ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(8,0.4)$ ។ គណនា៖

តម្លៃនៃ.ក X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ

ខ. $P(X\le 4)$

គ. $P(X\ge 4)$

ដំណោះស្រាយ

គណនា៖

តម្លៃនៃ.ក X ដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ

ដោយ X ជាអថេរចៃដន្យនៃ $Bin(8,0.4)$

យើងបាន $n=8$ និង តម្លៃប្រូបាប $p=0.4$

នាំឲ្យ $E(X)=np=8\cdot 0.4=3.2$

ដោយ ម៉ូតមានតម្លៃ ក្បែរនឹងតម្លៃមធ្យម នោះយើងយក $x=2$ 3 , ឬ4

នាំឲ្យ $P(X=2)=C(8,2)\cdot(0.4)^2\cdot(1-0.4)^{8-2}=0.2090$

$P(X=3)=C(8,3)\cdot(0.4)^3\cdot(1-0.4)^{8-3}=0.2786$

$P(X=4)=C(8,4)\cdot(0.4)^4\cdot(1-0.4)^{8-4}=0.2322$

យើងឃើញថា $P(X=3)=0.2786$ មានតម្លៃធំជាងគេ

យើងបាន $x=3$ ជាតម្លៃដែលកើតឡើងញឹកញាប់ជាងគេ

ខ $P(X\le 4)$.

$P(X\le 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$

ដោយ $P(X=0)=C(8,0)\cdot(0.4)^0\cdot(1-0.4)^{8-0}=0.016$

$P(X=1)=C(8,1)\cdot(0.4)^1\cdot(1-0.4)^{8-1}=0.089$

នាំឲ្យ $P(X\le 4)=0.016+0.089+0.2090+0.2786+0.2322=0.8248$

គ $P\left(X \geq 4\right)$.

$P\left(X \geq 4\right)=P\left(X=4\right)+P\left(X=5\right)+P\left(X=6\right)+P\left(X=7\right)+P\left(X=8\right)$

ដោយ $P\left(X=5\right)=C\left(8,5\right)\cdot\left(0.4\right)^{5}\cdot\left(1-0.4\right)^{8-5}=0.1238$

$P\left(X=6\right)=C\left(8,6\right)\cdot\left(0.4\right)^{6}\cdot\left(1-0.4\right)^{8-6}=0.0412$

$P\left(X=7\right)=C\left(8,7\right)\cdot\left(0.4\right)^{7}\cdot\left(1-0.4\right)^{8-7}=0.0078$

$P\left(X=8\right)=C\left(8,8\right)\cdot\left(0.4\right)^{8}\cdot\left(1-0.4\right)^{8-8}=0.0006$

នាំឲ្យ $P\left(X \geq 4\right)=0.2322+0.1238+0.0412+0.0078+0.0006=0.4056$

មេរៀនទី៣: បំណែងចែកណរម៉ាល់

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. ប្រាក់ខែជាមធ្យមរបស់បុគ្គលិកក្រុមហ៊ុនមួយ ស្មើនឹង 250ដុល្លារ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 10ដុល្លារ។ គេដឹងថាបំណែងចែងប្រាក់ខែរបស់បុគ្គលិកទាំងអស់ តាមបំណែងចែកណរម៉ាល់។ តើមានប៉ុន្មានភាគរយនៃប្រាក់ចំនូលរបស់បុគ្គលិក ដែលមាន ប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 ដុល្លារ ?

ដំណោះស្រាយ

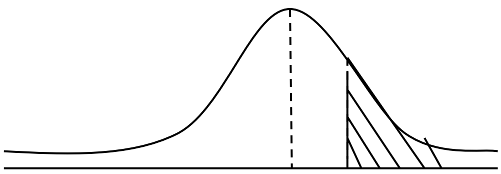
រកភាគរយនៃប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិក ដែលមានប្រាក់ចំណូលច្រើនជាង 275 ដុល្លារ

ដោយ មធ្យម $(\mu) = 250$, គម្លាតស្តង់ដា $\sigma = 10$, $P(X > 275)$

X ជាប្រាក់ចំនូលនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់ $N(\mu, \sigma^2)$

$$P(X > 275) = P\left(\frac{X-250}{10} > \frac{275-250}{10}\right) = P(Z > 2.5)$$

(ព្រោះ $z = \frac{X-250}{10}$)



$P(X > 275) = 0.5 - 0.4938 = 0.0062 = 0.62\%$

ដូចនេះ ប្រាក់ចំណូលរបស់បុគ្គលិកច្រើនជាង 275 ដុល្លាគិតជាភាគរយគឺ 0.62% ។

២. ប្រាក់កំរៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំរបស់អ្នកលក់ម៉ាស៊ីនភ្លើងម្នាក់គិតជាមធ្យមស្មើនឹង400ដុល្លារ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង 50ដុល្លារ។ បើប្រាក់- កំរៃជើងសារប្រចាំឆ្នាំតាមបំណែងចែកណរម៉ាល់ តើមានប៉ុន្មានភាគរយ ដែលអ្នកលក់នោះរកបាននៅចន្លោះ 320 ដុល្លារ និង420ដុល្លារ។

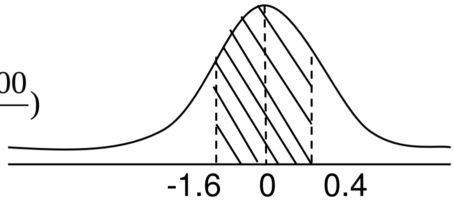
ដំណោះស្រាយ

ភាគរយដែលអ្នកលក់រកបាននៅចន្លោះ 320 ដុល្លានិង 420 ដុល្លា

$P(320 < X < 420); \mu = 400, \sigma = 50$

X ជាប្រាក់ចំនូលនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់ $N(\mu,\sigma^2)$

បំលែង $X \sim N(\mu-\sigma^2)$ ទៅ $Z \sim N(0,1), Z=\frac{X-1}{\sigma}$



$$P(320<X<\frac{20}{50})=P(\frac{320-400}{50}<\frac{X-400}{50}<\frac{420-400}{50})$$
$$=P(\frac{-80}{50}<Z<\frac{20}{50})=P(-1.6<Z<0.4)$$
$=0.4452+0.1554=0.6006=60.06\%$ (មើលតារាងបំណែងចែកណរម៉ាល់ស្តង់ដា)

ដូចនេះ នៅចន្លោះ 320 ដុល្លារ និង 420 ដុល្លារអ្នកលក់រកបានគិតជាភាគរយ 60.06%

៣. X អថេរចៃដន្យនៃ $N(300,25)$ ។ គណនា

ក. $P(X>305)$ ខ. $P(X>291)$

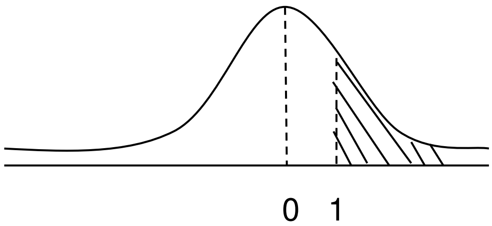
គ. $P(X>312)$ ឃ. $P(X>286)$ ។

ដំណោះស្រាយ

X អថេរចៃដន្យនៃ $N(300,25)$

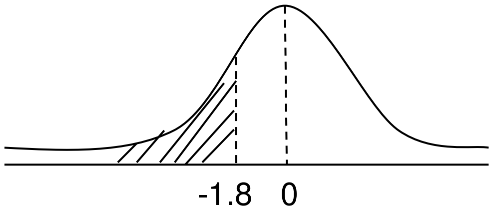
ក. $P(X>305)=P(\frac{X-300}{5}>\frac{305-300}{5})=P(Z>1)$, $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$

$$=0.5-0.3413=0.1587$$



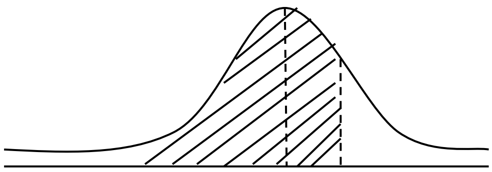
ខ. $P(X<291)$ បំលែងទៅ $Z \sim N(0,1), Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$

$$P(\frac{X-300}{5}<\frac{291-300}{5})=P(Z<\frac{-9}{5})=P(Z<-1.8)$$
$$=0.5-0.4641=0.0359$$



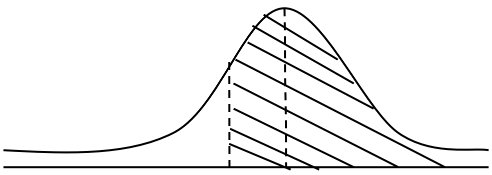
គ. $P(X<312)=P(Z<\frac{12}{5})=P(Z<2.4)$

$=0.5+0.4918=0.9918$



ឃ. $P(X>286)=P(Z>\frac{-14}{5})=P(Z>-2.8)$

$=0.5+0.4974=0.9974$



៤. បើ X ជាអថេរនៃ $N(100,80)$ ។ គណនា

ក. $P(85<X<112)$

ខ. $P(105<X<115)$

គ. $P(85<X<92)$

ឃ. $P(|X-100|<\sqrt{80})$

ដំណោះស្រាយ

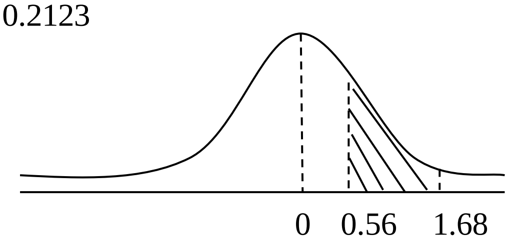
បើ X ជាអថេរនៃ $N(100,80)$ យើងប្តូរ $Z\sim N(0,1), Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$

ក. $P(85<X<112)=P(\frac{85-100}{\sqrt{80}})<\frac{X-100}{\sqrt{80}}<\frac{112-100}{\sqrt{80}})$

$$
\begin{aligned}
&=P(\frac{-15}{\sqrt{80}}<Z<\frac{12}{\sqrt{80}})\\
&=P(-1.68<Z<1.34)\\
&=0.4535+0.4099\\
&=0.8634
\end{aligned}
$$

ខ. $P(105 < X < 115) = P(\frac{5}{\sqrt{80}} < Z < \frac{15}{\sqrt{80}})$

$$P(0.56 < Z < 1.68) = 0.4535 + 0.2123$$
$$= 0.2412$$

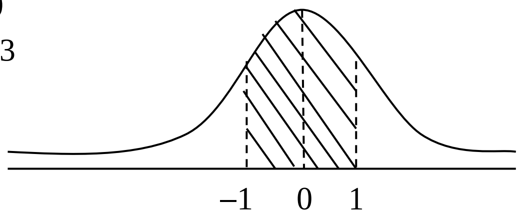


គ. $P(87 < X < 92) = P(\frac{85-100}{\sqrt{80}} < \frac{X-100}{\sqrt{80}} < \frac{92-100}{\sqrt{80}})$

$$\begin{aligned}
&= P(\frac{-15}{\sqrt{80}} < Z < \frac{-8}{\sqrt{80}}) \\
&= P(-1.68 < Z < 0) - P(-0.89 < Z < 0) \\
&= 0.4535 - 0.3133 \\
&= 0.1402
\end{aligned}$$

ឃ. $P(|X-100| < \sqrt{80}) = P(-\sqrt{80} < X - 100 < \sqrt{80})$

$$\begin{aligned}
&= P(-1 < \frac{X-100}{\sqrt{80}} < 1) \\
&= P(-1 < Z < -1) \\
&= 0.3413 + 0.3413 \\
&= 0.6826
\end{aligned}$$



ង. X ជាអថេរនៃ $N(100,36)$ $P(X < a) = 0.8907$ ។ គណនាតម្លៃ a ។

ដំណោះស្រាយ

បើយើងបំលែង $X \sim N(100,36)$ ទៅ $Z \sim N(0,1), Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

យើងមាន

$$P(X < a) = 0.8907, Z = \frac{X-100}{6}$$
$$P(\frac{X-100}{6} < \frac{a-100}{6}) = P(Z < \frac{a-100}{\sigma})$$

$= 0.8907\ P(Z < 1.23) = 0.5 + 0.3907$

តែ $P(z < 1.23) = 0.5 + 0.3907$

$= 0.8907$

នោះ $\dfrac{a-100}{6} = 1.23$

$\Rightarrow a = 100 + 7.38$

$= 107.38$

ដូច្នេះ $a = 107.38$

៦. បើ Z ជាអថេរនៃ $N(0,1)$ គណនាតម្លៃ a បើ

ក. $P(Z > a) = 0.3632$ ខ. $P(Z < a) = 0.0793$

ដំណោះស្រាយ

បើ Z ជាអថេរនៃ $N(0,1)$

ក. $P(Z > a) = 0.3632$

$= 0.5 - 0.1368$

នោះ $a = 0.35$

ខ. $P(Z < a) = 0.0793$

$= 0.5 - 0.4207$

នោះ $P(Z < -1.41) = 0.0793$

ដូចនេះ $a = -1.41$

៧. បើ Z ជាងថេរនៃ $N(0,1)$ ។ គណនា

ក. $P(0 < Z < 1.73)$ ខ. $P(-2.05 < Z < 0)$

គ. $P(-0.89 < Z < -0.16)$ ឃ. $P(|Z| < 1.78)$

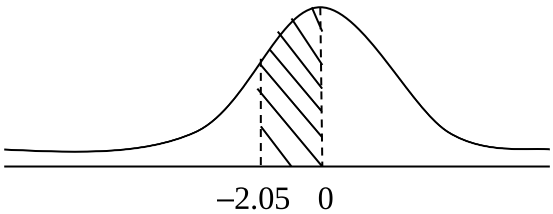
ង. $P(|Z| < 0.75)$ ។

ដំណោះស្រាយ

បើ Z ជាងថេរនៃ $N(0,1)$

ក. $P(0 < Z < 1.73) = 0 + 0.4582$

$P(0 < Z < 1.73) = 0.4582$



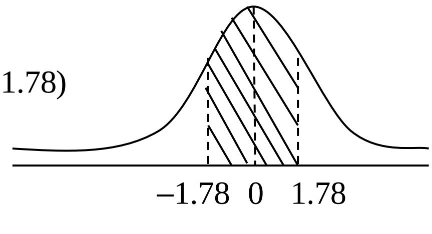
ខ. $P(-2.05 < Z < 0) = 0.4798 + 0 = 0.4798$

គ. $P(-0.89 < Z < -0.16) = P(0 < Z < 0.88) - P(0 < Z < 0.16)$

$0.3133 - 0.0636 = 0.2497$

ឃ. $P(|Z| < 1.78) = P(-1.78 < Z < 1.78) = 2P(0 < Z < 1.78)$

$= 2(0.4625)$
$= 0.9250$



ង. $P(|Z| > 0.75) = P(Z > 0.75) + P(Z < -0.75)$

$= (0.5 - 0.2734) + (0.5 - 0.2734)$
$= 0.4532$

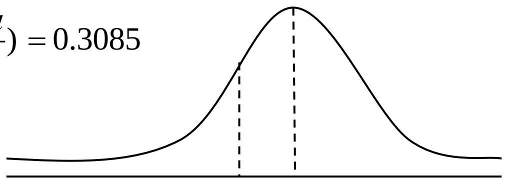
៨. បើ X ជាងថេរនៃ $N(\mu,25)$ និង $P(X<27.5)=0.3085$ ។គណនាតម្លៃ μ

ដំណោះស្រាយ

គណនាតម្លៃ μ

បើ $Z\sim N(0,1), Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

នោះ $P(\dfrac{X-\mu}{5}<\dfrac{27.5-\mu}{5})=P(Z<\dfrac{27.5-\mu}{5})=0.3085$



0.3085 0.1915

តាង $\dfrac{27.5-\mu}{5}=a$

គេបាន $P(Z<a)=0.3085$

$P(Z<-0.5)=0.5-0.1915$

នោះ $a=-0.5$ ឬ

$\dfrac{27.5-\mu}{5}=-o.5$

នោះ $\Rightarrow -\mu+27.5=(-0.5)\times 5$

$\mu=0.25+27.5=30$

៩. បើ X ជាអថេរនៃ $N(\mu,\sigma^2)$ និង $P(X<102)=0.4168$, $P(X<97)=0.2517$ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនាតម្លៃ μ និង σ

បើ $Z\sim N(0,1), Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ នោះ

+ $P(X>102)=P(\dfrac{X-\mu}{\sigma}>\dfrac{102-\mu}{\sigma})$

$=P(Z>\dfrac{102-\mu}{\sigma})$

$=0.4168$

$=0.5-0.0832$

$=0.5-P(0<Z<0.21)$

ហើយ $P(Z>0.21)=0.5-0.0832=0.4168$

នោះ $\dfrac{102-\mu}{\sigma}=0.21 \Rightarrow \mu+0.21\sigma=102$ (1)

+ $P(X<97)=0.2517$

$P(\dfrac{X-\mu}{\sigma}<\dfrac{97-\mu}{\sigma})=P(Z<\dfrac{97-\mu}{\sigma})$

$=0.2517$

+ តាមរូប ផ្ទៃផ្នែកអវិជ្ជមាន $Z<0$

$P(Z<\dfrac{97-\mu}{\sigma})+P(\dfrac{97-\mu}{\sigma}<Z<0)=P(Z<0)$

$0.2517+P(\dfrac{97-\mu}{\sigma}<Z<0)=0.5$

$P(\dfrac{97-\mu}{\sigma}<Z<0)=0.5-0.2517$

$=0.2483$

តែតាមតារាងផ្ទៃ $0.2483 \simeq 0.2486$

ត្រូវតម្លៃ $Z=0.67$ មានផ្ទៃ 0.2486

ដូចនេះ $\dfrac{97-\mu}{\sigma}=-0.67$

$\Rightarrow -\mu+0.67\sigma=-97$ (9)

(1) & (2) $\begin{cases} 0.21\sigma+\mu=102 & (1) \\ 0.67\sigma-\mu=-97 & (2) \end{cases}$

(1)-(2) $\Rightarrow 0.88\sigma=5$

$\Rightarrow \sigma=\dfrac{5}{0.88}=5.68$

តាម(1) $\mu=102-0.21\times 5.68=100.8$

ដូចនេះ $\mu=100.8, \sigma=5.68$

ដំណោះស្រាយលំហាត់ជំពូក

១. អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=0)=0.05$, $P(X=1)=0.40$ និង $P(X=2)=0.55$ ។ គណនា :

ក. $E(X^2)$

ខ. $Var(X)$

គ. $E(3X^2-X+4)$ M

២. គេបោះគ្រាប់ឡុកឡាក់បីព្រមគ្នា។ X ជាអថេរចៃដន្យ "ចំនួនលេខ5 នៅក្នុងលទ្ធផលនីមួយៗ" ធ្វើតារាងបំនែងចែកប្រូបាបនៃ X រួចសង់ក្រាបអង្កត់ឈរ តាមបំនែងចែកប្រូបាប។

៣. អថេរចៃដន្យដាច់ X មានអនុគមន៍ដង់ស៊ីតេប្រូបាប $P(X=x)$ ដូចបង្ហាញក្នុងតារាង:

x	-2	-1	0	1	c
$P(X=x)$	0.1	0.1	0.3	0.4	0.1

គណនាតម្លៃនៃ c :

ក. បើ $E(X)=0.3$

ខ. បើ $E(X^2)=1.8$ ។

៤.គេដឹងថាប្រូបាបដែលសិស្សប្រលងជាប់ តេស្តភាសាអង់គ្លេសស្មើនឹង 0.6 ។

គណនាប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា 12 នាក់ប្រឡងជាប់តេស្តភាសាអង់គ្លេសចំនួន 5 នាក់។

ដំណោះស្រាយ

គណនាប្រូបាប

តាមសម្មតិកម្ម យើងបាន $p=0.6$ $n=12$,

តាង X ជាអថេរចៃដន្យដែលសិស្សប្រលងជាប់តេស្តភាសាអង់គ្លេស

នាំឲ្យ ប្រូបាបដែលសិស្សមួយក្រុមមានគ្នា 12 នាក់ប្រឡងជាប់តេស្តភាសាអង់គ្លេសចំនួន 5 នាក់គឺ $P(X=5)$

តាមច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា

យើងបាន $P(X=5)=C(12,5)\cdot(0.6)^5\cdot(1-0.6)^{12-5}$

$=0.101=\dfrac{12!}{5!\cdot(12-5)!}\cdot(0.6)^5\cdot(0.4)^7$

៥.នៅក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 5 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 7 និងឃ្លីពណ៌ក្រហម 8។ គេចាប់យកឃ្លីមួយដោយចៃដន្យចេញពីថង់នោះ ហើយកត់ទុកពណ៌របស់ឃ្លី រួចដាក់ចូលក្នុងថង់វិញ។ គេចាប់ ហើយដាក់ចូល វិញចំនួន 9 ដង។ រកៈ

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌សដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី៣

ដំណោះស្រាយ

ក. ចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

តាមសម្មតិកម្ម ក្នុងថង់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 5 ឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 7 និងឃ្លីពណ៌ក្រហម 8

យើងបាន ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហមគឺ $p_1=\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$

$p_2=\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌សគឺ

ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅគឺ $p_3=\dfrac{7}{20}$

ដោយគេចាប់ឃ្លីមួយពីក្នុងថង់ រួចដាក់ចូលវិញ ហើយចាប់ដដែលៗចំនួន 9 ដង

នាំឲ្យ ប្រូបាបក្នុងមួយលើកៗមានតម្លៃស្មើគ្នា នោះយើងត្រូវប្រើច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា ករកចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់ .

តាង X ជាអថេរចៃដន្យដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ក្រហម

យើងបាន $E(X)=n\cdot p_1=9\cdot\dfrac{2}{5}=3.6$

ដូច្នេះចំនួនឃ្លីពណ៌ក្រហមដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់គឺ 4 គ្រាប់។

ខ. ចំនួនឃ្លីពណ៌សដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់

តាង Y ជាអថេរចៃដន្យដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ស

យើងបាន $E(Y) = n \cdot p_2 = 9 \cdot \frac{1}{4} = 2.25$

ដូច្នេះចំនួនឃ្លីពណ៌សដែលសង្ឃឹមទុកថានឹងចាប់បានទាំងអស់គឺ 2។

គ. រកប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី៣

តាង Z ជាអថេរចៃដន្យដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅ

យើងបាន $P(Z \le 3) = P(Z=0) + P(Z=1) + P(Z=2) + P(Z=3)$

តាមច្បាប់ទ្វេធានៃបំណែងចែកទ្វេធា

នាំឲ្យ $P(Z=0) = C(9,0) \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^0 \cdot \left(1-\frac{7}{20}\right)^{9-0} = \frac{9!}{0! \cdot 9!}\left(\frac{13}{20}\right)^9 = 0.021$

$P(Z=1) = C(9,1) \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^1 \cdot \left(1-\frac{7}{20}\right)^{9-1} = \frac{9!}{1! \cdot 8!} \cdot \left(\frac{7}{20}\right) \cdot \left(\frac{13}{20}\right)^8 = 0.100$

$P(Z=2) = C(9,2) \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^2 \cdot \left(1-\frac{7}{20}\right)^{9-2} = \frac{9!}{2! \cdot 7!} \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{13}{20}\right)^7 = 0.216$

$P(Z=3) = C(9,3) \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^3 \cdot \left(1-\frac{7}{20}\right)^{9-3} = \frac{9!}{3! \cdot 6!} \cdot \left(\frac{7}{20}\right)^3 \cdot \left(\frac{13}{20}\right)^6 = 0.272$

នាំឲ្យ $P(Z \le 3) = 0.021 + 0.100 + 0.216 + 0.272 = 0.609$

ដូច្នេះ ប្រូបាបដែលចាប់បានឃ្លីពណ៌ខ្មៅទាំងអស់មិនលើសពី 3 គឺ $P(Z \le 3) = 0.609$។

៦.គេបោះកាក់មួយចំនួន 6 ដង។ គណនាប្រូបាបដែលគេបោះបានខាងមានរូបក្បាលមិនលើសពី 4 ដង។

ដំណោះស្រាយ

គណនាប្រូបាបដែលគេបោះបានខាងមានរូបក្បាលមិនលើសពី 4 ដង។

ក្នុងល្បែងបោះកាក់ប្រូបាបដែលបោះបានខាងមានរូបក្បាលគឺ $p = 0.5$

តាង X ជាអថេរចៃដន្យដែលបោះបានខាងមានរូបក្បាល

យើងបាន ប្រូបាបដែលគេបោះបានខាងមានរូបក្បាលមិនលើសពី 4 ដងគឺ $P(X \le 4)$

ដែល $P(X \le 4) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)$

តាមច្បាប់ទ្វេធា នៃបំណែងចែកទ្វេធា

គេបាន $P(X=0) = C(6,0)\cdot(0.5)^0\cdot(1-0.5)^{6-0} = \dfrac{6!}{0!\cdot(6-0)!}\cdot(0.5)^6 = 0.015$

$$P(X=1) = C(6,1)\cdot(0.5)^1\cdot(1-0.5)^{6-1} = \frac{6!}{1!\cdot(6-1)!}\cdot(0.5)^6 = 0.094$$

$$P(X=2) = C(6,2)\cdot(0.5)^2\cdot(1-0.5)^{6-2} = \frac{6!}{2!\cdot(6-2)!}\cdot(0.5)^6 = 0.234$$

$$P(X=3) = C(6,3)\cdot(0.5)^3\cdot(1-0.5)^{6-3} = \frac{6!}{3!\cdot(6-3)!}\cdot(0.5)^6 = 0.312$$

$$P(X=4) = C(6,4)\cdot(0.5)^4\cdot(1-0.5)^{6-4} = \frac{6!}{4!\cdot(6-4)!}\cdot(0.5)^6 = 0.234$$

នាំឲ្យ $P(X \le 4) = 0.015 + 0.094 + 0.234 + 0.312 + 0.234 = 0.889$

៧. បើ X ជាអថេរនៃ $N(50,68)$ ។ គណនាតម្លៃអថេរ X ដែលទាក់ទៅនឹងតម្លៃណរម៉ាល់ ស្តង់ដារ :

ក. $z=-1.2$, ខ. $z=0.6$

ដំណោះស្រាយ

បើ $X \sim N(50,68)$ ហើយ $Z \sim N(0,1), Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$

ក. $Z = \dfrac{X-50}{\sqrt{6.8}} \Leftrightarrow -1.2\times\sqrt{6.8} = X-50$

$X = 50 - 1.2\times\sqrt{6.8} = 46.87$

ខ. $Z = \dfrac{X-\mu}{\sigma}$ នោះ $0.6\times\sqrt{6.8} = X-50$

$X = 50 + 0.6\times\sqrt{6.8} = 48.435$

៨. បើ X ជាអថេរនៃN(70,25) គណនាតម្លៃអថេរ a ដែល $P(|X-70|<a)=0.8$ ។

ដំណោះស្រាយ

បើ $X \sim N(70,25)$ បំលែងទៅ $Z \sim N(0,1)$

$Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$ ដោយ $\mu=70, \sigma^2=25 \Rightarrow \sigma=5$

$$P(|X-70|<a)=P(-a<X-70<a)$$
$$=P\left(\frac{-a}{5}<\frac{X-70}{5}<\frac{a}{5}\right)$$
$$=P\left(\frac{-a}{5}<Z<\frac{a}{5}\right)=0.4\times 2=0.8$$

តែ $Z=1.28$ មានផ្ទៃ $0.3997 \simeq 0.4$

នោះ $\dfrac{a}{5}=1.28 \Rightarrow a=6.40$

ដូចនេះ $a=6.4$ ។

៩. ពិន្ទុនៃការរៀនគណិតវិទ្យាក្នុងថ្នាក់រៀនមួយ តាមបំណែងចែក-ណរម៉ាល់ដែលមានមធ្យមស្មើនឹង μ និងមានគម្លាតស្តង់ដាស្មើនឹង σ ។គេដឹងថា10% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុលើសពី 75 ពិន្ទុ ហើយ 20% នៃសិស្សទាំងអស់បានពិន្ទុតិចជាង 40 ពិន្ទុ។ គណនាតម្លៃ μ និង σ ។

ដំណោះស្រាយ

គណនាតម្លៃ μ និង σ

បើ X ជាអថេរនៃបំណែងចែកណរម៉ាល់ $N(\mu,\sigma^2)$

ហើយ $Z \sim N(0,1)$ ដែល $Z=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$

ដោយ $P(X>75)=10\%=0.1$ និង

$$P(X<40)=20\%=0.2$$
$$P(X>75)=P\left(\frac{X-\mu}{\sigma}>\frac{75-\mu}{\sigma}\right)$$
$$=P\left(Z>\frac{75-\mu}{\sigma}\right)=0.1$$

តែផ្ទៃ 0.1 នៅលើតារាងគ្មានតម្លៃដែលត្រូវនឹង Z

តាមរូបមន្តផ្ទៃកវិជ្ជមាន: $(Z>0)$

$P(0 < Z < \frac{75-\mu}{\sigma}) + P(Z > \frac{75-\mu}{\sigma}) = P(Z > 0)$

$P(0 < Z < \frac{75-\mu}{\sigma}) + 0.1 = 0.5$

$P(0 < Z < \frac{75-\mu}{\sigma}) = 0.4$ គ្មានតម្លៃ Z លើអ័ក្ស

តាមតារាងបំណែងចែកណរម៉ាល់

$Z = 1.28$ មានផ្ទៃ $0.3997 \simeq 0.4$

ដូចនេះ $\frac{75-\mu}{\sigma} = 1.28$

$\Rightarrow \mu + 1.28\sigma = 75$ (1)

$P(X < 40) = P(Z < \frac{40-\mu}{\sigma}) = 0.2$

តាមរូបផ្ទៃកអវិជ្ជមាន $(Z > 0)$

$P(Z < 0) + P(Z < 0) = P(Z < 0)$

$P(Z < 0) + 0.2 = 0.5$

$P(Z < 0) = 0.3$

តាមតារាង $Z = 0.84$ មានផ្ទៃ $0.2995 \simeq 0.3$

$\Rightarrow \frac{40-\mu}{\sigma} = -0.84$

$\mu - 0.84\sigma = 40$ (2)

(1) & (2) $\begin{cases} \mu + 1.28\sigma = 75 & (1) \\ \mu - 0.84\sigma = 40 & (2) \end{cases}$

(1)-(2): $2.12\sigma = 35$

$\sigma = \frac{35}{2.12} = 16.509$

$\Rightarrow \mu = 40 + 0.84 \times 16.509 = 53.87$

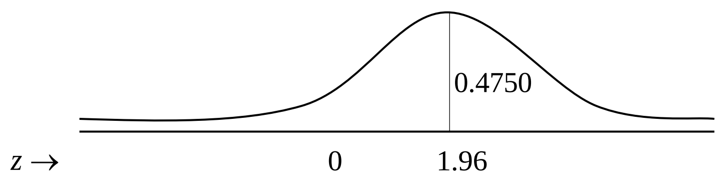
ដូចនេះ $\sigma = 16.509$

$\mu = 53.87$

តារាងបំណែងចែកណរម៉ាល់ស្តង់ដា

ផ្ទៃក្រឡាស្ថិតនៅខាងក្រោមខ្សែកោងណរម៉ាល់

ឧទាហរណ៍: បើ $z = 1.96$ នោះ P (0ដល់ z) $= 0.4750$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0439	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2963	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936

2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990