មេរៀនទី១: សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត និងកូអរដោនេប៉ូលែ

ដំណោះស្រាយលំហាត់

1. គេឲ្យសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត $x=\sqrt{t}$ និង $y=1-t$

ក. បំពេញតារាង

t	0	1	2	3	4
x					
y					

ខ. ដៅចំណុច (x,y) ដែលបានបង្កើតនៅក្នុងតារាង ហើយគូស ក្រាបនៃសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត។ បញ្ជាក់ទិសដៅនៃក្រាប ។

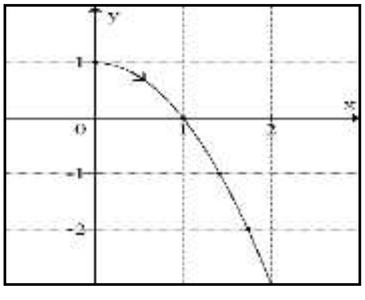
គ. រកសមីការដេកាតដោយបំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត។

ដំណោះស្រាយ

ក. បំពេញតារាង

t	0	1	2	3	4
x	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
y	1	0	-1	-2	-3

ខ. ដៅចំណុច (x,y) ដែលបានបង្កើតនៅក្នុងតារាង ហើយគូស ក្រាបនៃសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត។ បញ្ជាក់ទិសដៅនៃក្រាប



ក្រាបនេះមានទិសដៅដូចសញ្ញាព្រួញគឺ ទិសដៅវាផ្ទុយនឹងអ័ក្សអរដោនេ $\overrightarrow{oy}$ គឺមែក ខាងវិជ្ជមានត្រូវនឹង $0<x<1$ និងមែកអវិជ្ជមាន ត្រូវនឹង $1<x$ ។

គ. រកសមីការដេកាតដោយបំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត

គេមាន $x=\sqrt{t}$ និង $y=1-t$

$x=\sqrt{t} \Rightarrow x^2=t$

$\Rightarrow y=1-x^2 \; , x\geq 0$

(យកតម្លៃ $t=x^2$ ជំនួសចូលក្នុង y)

ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y=1-x^2}$

2. គូសខ្សែកោងដែលបានតាងដោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត(បញ្ជាក់ទិសដៅនៃខ្សែកោង) ហើយសរសេរសមីការដេកាតត្រូវគ្នា ដោយ បំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែតក្នុង ករណីខាងក្រោម:

ក. $x=3t-1$ និង $y=2t+1$ ខ. $x=t+1$ និង $y=t^2$

គ. $x=t-1$ និង $y=\dfrac{t}{t-1}$ ឃ. $x=2t$ និង $y=|t-2|$

ង. $x=3\cos\theta$ និង $y=3\sin\theta$ ច. $x=4\sin 2\theta$ និង $y=2\cos 2\theta$

ឆ. $x=4+2\sin\theta$ និង $y=-1+\sin\theta$ ជ. $x=\dfrac{4}{\cos\theta}$ និង $y=3\tan\theta$

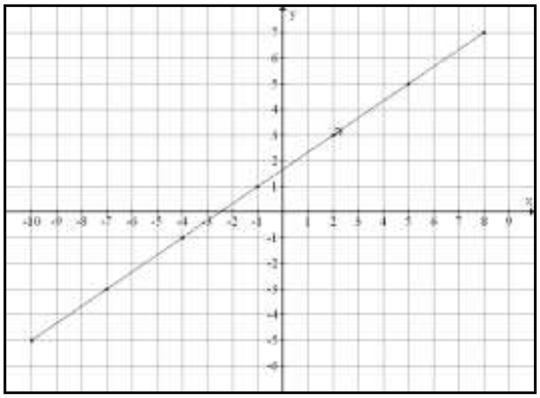
ដំណោះស្រាយ

ក. $x=3t-1$ និង $y=2t+1 \; , t\in R$

-តារាងតម្លៃ:

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	-10	-7	-4	-1	2	5	8
y	-5	-3	-1	1	3	5	7

-ក្រាប:



ក្រាបនេះមានមែកខាងវិជ្ជមានត្រូវនឹង $x > -2.5$ និងមែកអវិជ្ជមាន ត្រូវនឹង $x < -2.5$ ។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x = 3t - 1$ និង $y = 2t + 1$

$$x = 3t - 1 \Rightarrow t = \frac{x+1}{3}$$

$$\Rightarrow y = 2\frac{x+1}{3} + 1 = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} + 1$$

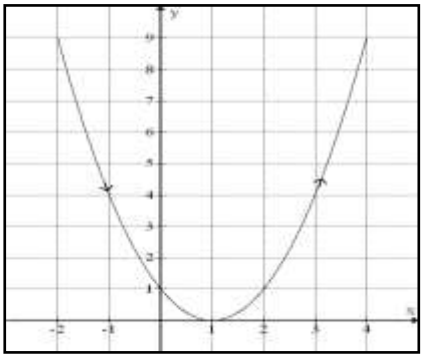
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}$

ខ. $x = t + 1$ និង $y = t^2$, $t \in R$

-តារាងតម្លៃ:

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	9	4	1	0	1	4	9

-ក្រាប:



ក្រាបនេះ វិជ្ជមាន $\forall x$ ។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x = t + 1$ និង $y = t^2$

$$x = t + 1 \Rightarrow t = x - 1$$

$$\Rightarrow y = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

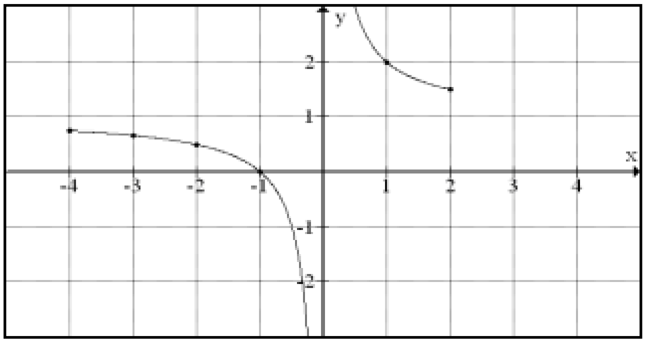
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y = x^2 - 2x + 1}$

គ. $x = t-1$ និង $y=\dfrac{t}{t-1}$, $t \neq 1$

-តារាងតម្លៃ:

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	$\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{2}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	0	//	2	$\dfrac{3}{2}$

-ក្រាប:



ក្រាបនេះមានមែកវិជ្ជមានត្រូវនឹង $x<-1$ ឬ $x>0$ និងមានមែកអវិជ្ជមាន ត្រូវនឹង $-1<x<0$។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x=t-1$ និង $y=\dfrac{t}{t-1}$

$x=t-1 \Rightarrow t = x+1$

$$\Rightarrow y=\frac{x+1}{x}$$

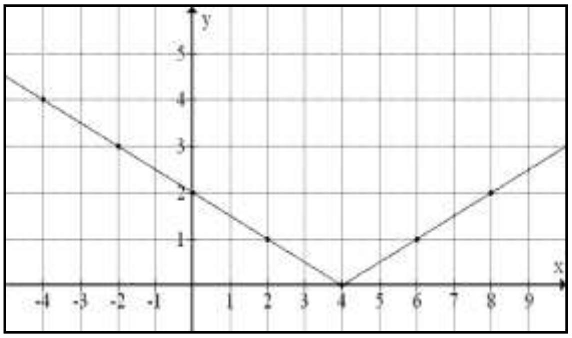
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y=\dfrac{x+1}{x}}$

ឃ. $x = 2t$ និង $y = |t-2|$, $t \in R$

-តារាងតម្លៃ:

t	-3	-2	-1	0	1	2	3
x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	5	4	3	2	1	0	1

-ក្រាប:



ក្រាបនេះវិជ្ជមាន $\forall x$

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x = 2t$ និង $y = |t-2|$

$x = 2t \Rightarrow t = \dfrac{x}{2}$

$$\Rightarrow y = \left|\frac{x}{2} - 2\right| = \frac{1}{2}|x-4|$$

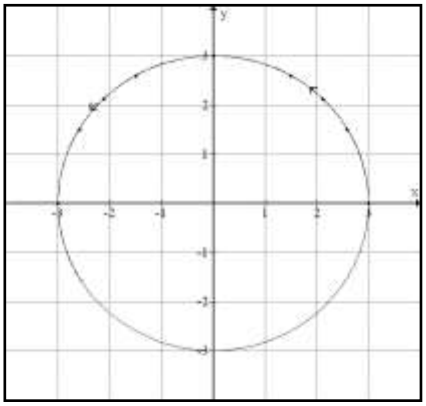
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y = \dfrac{1}{2}|x-4|}$

ង. $x=3\cos\theta$ និង $y=3\sin\theta$

-តារាងតម្លៃចំណុចខ្លះនៃក្រាប

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{\pi}{3}$
x	3	2.59	2.12	0	-1.5	-2.12	-2.59	-3	1.5
y	0	1.5	2.12	3	2.59	2.12	1.5	0	2.59

-ក្រាប:



ក្រាបនេះមានទិសដៅផ្ទុយពី ទ្រនិចនាឡិកាដូចនឹងសញ្ញា ព្រួញ។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x=3\cos\theta$ និង $y=3\sin\theta$

$x=3\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{x}{3}$

$y=3\sin\theta \Rightarrow \sin\theta=\frac{y}{3}$

$\cos^2\theta+\sin^2\theta=1 \Rightarrow \left(\frac{x}{3}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2=1$

$\Rightarrow x^2+y^2=9=3^2$

ដូចនេះសមីការដេកាតគឺរង្វង់ $\boxed{x^2+y^2=3^2}$

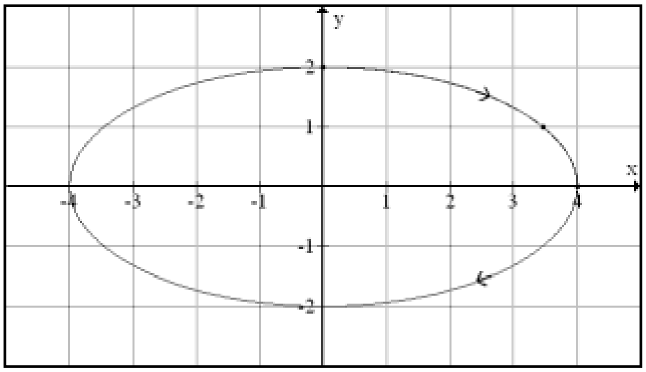
ច. $x = 4\sin 2\theta$ និង $y = 2\cos 2\theta$, $\theta \in [0,\pi]$

-តារាងតម្លៃខ្លះនៃ θ ក្នុង $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
x	0	3.46	4	3.46	0
y	2	1	0	1	2

ហើយចំពោះចន្លោះ $\left[\frac{\pi}{2},\pi\right]$ នៅពាក់កណ្តាលនៃក្រាបផ្នែកខាង ឆ្វេងគឺ នៅខាងអ័ក្ស $\overrightarrow{x'0}$ ។

-ក្រាប:



ក្រាបនេះមានទិសដៅដូចទ្រនិចនាឡិកា ឬស្របទ្រនិច នាឡិកា។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x = 4\sin 2\theta$ និង $y = 2\cos 2\theta$

$x = 4\sin 2\theta \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{x}{4}$

$y = 2\cos 2\theta \Rightarrow \cos 2\theta = \frac{y}{2}$

តែ $\sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1$

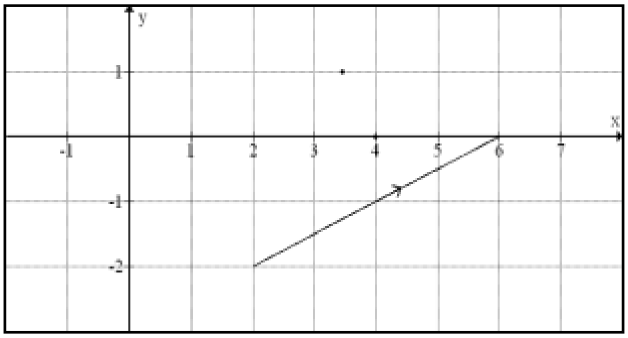
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1}$

ឆ. $x = 4 + 2\sin\theta$ និង $y = -1 + \sin\theta$

-តារាងតម្លៃខ្លះនៃ θ ក្នុង $[0, \pi]$

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
x	4	5	5.41	5.73	6	5.73	5.41	5	4
y	-1	-0.5	-0.29	-0.13	0	-0.13	-0.29	-0.5	-1

-ក្រាប:



ក្រាបនេះមានទិសដៅដូចសញ្ញាព្រួញ។

-សមីការដេកាត:

គេមាន $x = 4 + \sin\theta$ និង $y = -1 + \sin\theta$

$x = 4 + \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{x-4}{2}$

$y = -1 + \sin\theta \Rightarrow y = -1 + \frac{x-4}{2} = \frac{x}{2} - 3$

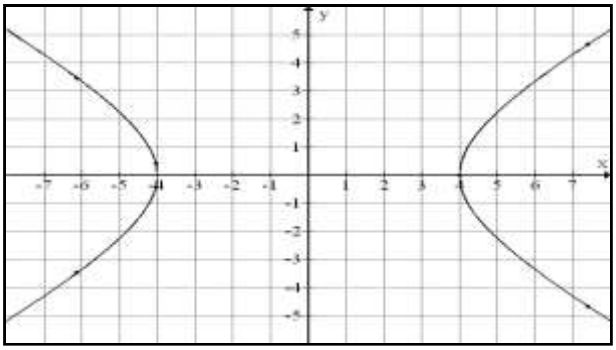
ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{y = \frac{1}{2}x - 3}$

ជ. $x = \frac{4}{\cos\theta}$ និង $y = 3\tan\theta$

-តារាងតម្លៃ

θ	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
x	-6.12	-4.04	-9.61	7.40	4	7.40	-9.61	-4.04	-6.12
y	-3.47	0.43	6.55	-4.67	0	4.67	-6.55	-0.43	3.47

-ក្រាប:



-សមីការដេកាត:

គេមាន $x=\dfrac{4}{\cos\theta}$ និង $y=3\tan\theta$

$$x=\frac{4}{\cos\theta} \Rightarrow \frac{1}{\cos\theta}=\frac{x}{4} \Rightarrow \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2=\left(\frac{x}{4}\right)^2 \quad (1)$$

ម្យ៉ាងទៀត $y=3\tan\theta \Rightarrow \tan\theta=\dfrac{y}{3}$

$$\Rightarrow \tan^2\theta=\left(\frac{y}{3}\right)^2 \Rightarrow 1+\tan^2\theta=1+\left(\frac{y}{3}\right)^2 \quad (2)$$

តែគេមានទំនាក់ទំនង $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ (3)

តាម (1), (2) និង (3) គេបាន

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2=\left(\frac{y}{3}\right)^2+1$$

ដូចនេះសមីការដេកាតគឺ $\boxed{\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1}$

3. បំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែតពីសមីការ $x=h+a\dfrac{1}{\cos\theta}$ និង $y=k+b\tan\theta$ ដើម្បី ឲ្យបានសមីការស្តង់ដានៃអ៊ីពែរបូល។

ដំណោះស្រាយ

គេមានទំនាក់ទំនង $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ (1)

ហើយ $x=h+a\dfrac{1}{\cos\theta} \Rightarrow \dfrac{1}{\cos\theta}=\dfrac{x-h}{a} \Rightarrow \dfrac{1}{\cos^2\theta}=\dfrac{(x-h)^2}{a^2}$ (2)

$$y=k+b\tan\theta \Rightarrow \tan\theta=\frac{y-k}{b} \Rightarrow 1+\tan^2\theta=1+\frac{(y-k)^2}{b^2} \quad (3)$$

តាម (1), (2) និង (3) គេបាន

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}=\frac{(y-k)^2}{b^2}+1$$

ដូចនេះសមីការអ៊ីពែរបូលគឺ $\boxed{\dfrac{(x-h)^2}{a^2}-\dfrac{(y-k)^2}{b^2}=1}$

4. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃអ៊ីពែរបូល ដែលមានកំពូលទាំងពីរនៅ ត្រង់ $(\pm4, 0)$ និងកំណុំទាំងពីរនៅត្រង់ចំណុច $(\pm5, 0)$ ។

ដំណោះស្រាយ

រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃអ៊ីពែរបូល

-កូអរដោនេកំពូល $(\pm4, 0)=(\pm a, 0) \quad \Rightarrow a=4$

-កំណុំទាំងពីរនៅត្រង់ចំណុច $(\pm5, 0)=(\pm c, 0) \quad \Rightarrow c=5$

តែ $b^2=c^2-a^2=25-16=9 \Rightarrow b=3$ និង $(h,k)=(0,0)$

យើងបានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតកំណត់ដោយ:

$$\begin{cases} x=h+a\dfrac{1}{\cos\theta} \\ y=k+b\tan\theta \end{cases} \quad \text{(តាមលំហាត់(3))}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{4}{\cos\theta} \\ y=3\tan\theta \end{cases}$$

ដូចនេះសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតគឺ $\boxed{x=\dfrac{4}{\cos\theta}\ ,\ \ y=3\tan\theta}$

5. ដៅចំណុចខាងក្រោម រួចរកកូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃ ចំណុចនីមួយៗ ៖

ក. $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$ ខ. $(2,0)$ គ. $\left(2, -\frac{\pi}{2}\right)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$

កូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$ កំណត់ដោយ៖

$\left(3, \frac{\pi}{4} + 2n\pi\right)$ $, n \in Z$

ដូចនេះកូអរដោនេនៃចំណុច $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$ មានច្រើនរាប់មិនអស់ ដូចជា៖

$n = 1$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(3, \frac{\pi}{4} + 2\pi\right)$ ឬ $\left(3, \frac{9\pi}{4}\right)$

$n = 2$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(3, \frac{\pi}{4} + 4\pi\right)$ ឬ $\left(3, \frac{17\pi}{4}\right)$

$n = -1$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(3, \frac{\pi}{4} - 2\pi\right)$ ឬ $\left(3, -\frac{7\pi}{4}\right)$

ខ. $(2, 0)$

កូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $(2, 0)$ កំណត់ដោយ៖

$(2, 0 + 2n\pi) = (2, 2n\pi)$ $, n \in Z$

ដូចនេះកូអរដោនេនៃចំណុច $(2, 0)$ មានច្រើនរាប់មិនអស់ ដូចជា៖

$n = 1$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $(2, 2\pi)$

$n = 2$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $(2, 4\pi)$

$n = -2$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $(2, -4\pi)$

គ. $\left(2, -\frac{\pi}{2}\right)$

កូអរដោនេប៉ូលែផ្សេងទៀតនៃចំណុច $\left(2, -\frac{\pi}{2}\right)$ កំណត់ដោយ៖

$\left(2, -\frac{\pi}{2} + 2n\pi\right), n \in Z$

ដូចនេះកូអរដោនេនៃចំណុច $\left(2, -\frac{\pi}{2}\right)$ មានច្រើនរាប់មិនអស់ ដូចជា៖

$n = 1$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(2, -\frac{\pi}{2} + 2\pi\right)$ ឬ $\left(2, \frac{3\pi}{2}\right)$

$n = -1$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(2, -\frac{\pi}{2} - 2\pi\right)$ ឬ $\left(2, -\frac{5\pi}{2}\right)$

$n = 2$ កូអរដោនេប៉ូលែគឺ $\left(2, -\frac{\pi}{2} + 4\pi\right)$ ឬ $\left(2, \frac{7\pi}{2}\right)$

6. រកកូអរដោនេដេកាតនៃចំណុចខាងក្រោម:

ក. $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ ខ. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ គ. $\left(3, \frac{5\pi}{6}\right)$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$

គេបាន $r = \sqrt{2}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$

តាមរូបមន្ត $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \\ y = \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{(x, y) = (1, 1)}$

ខ. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

គេបាន $r = 0$, $\theta = \frac{\pi}{2}$

តាមរូបមន្ត $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0\cdot\cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ y = 0\cdot\sin\frac{\pi}{2} = 0 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{(x, y) = (0, 0)}$

គ. $\left(3, \frac{5\pi}{6}\right)$

គេបាន $r = 3$, $\theta = \frac{5\pi}{6}$

តាមរូបមន្ត $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3\cos\frac{5\pi}{6} = 3\cdot\frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \\ y = 3\sin\frac{5\pi}{6} = 3\cdot\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{(x, y) = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)}$

7. បម្លែងសមីការដេកាតនីមួយៗខាងក្រោមទៅជាសមីការប៉ូលែ:

ក. $x - y = 3$ ខ. $x^2 + y^2 = 4$

គ. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ ឃ. $x^2 + y^2 - 2ax = 0$

ង. $3x - y + 2 = 0$ ច. $x^2 - 4ay - 4a^2 = 0$ ។

ដំណោះស្រាយ

បម្លែងសមីការដេកាតទៅជាសមីការប៉ូលែ:

តាមទំនាក់ទំនងសមីការដេកាត និងសមីការប៉ូលែគេបាន

$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$, $x^2 + y^2 = r^2$

ក. $x - y = 3$

$\Rightarrow r\cos\theta - r\sin\theta = 3$ ឬ $r(\cos\theta - \sin\theta) = 3$

$$r\left(\cos\theta - \tan\frac{\pi}{4}\sin\theta\right) = 3$$

$$r\left(\cos\theta\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{4}\sin\theta\right) = 3\cos\frac{\pi}{4}$$

$$r\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \frac{3\sqrt{2}}{2\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}$$

ដូចនេះ $\boxed{r = \frac{3\sqrt{2}}{2\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}}$

ខ. $x^2 + y^2 = 4$

$$r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

ដូចនេះ $\boxed{r = 2}$

គ. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

$$\frac{(r\cos\theta)^2}{9} + \frac{(r\sin\theta)^2}{4} = 1$$

$$r^2\left(\frac{\cos^2\theta}{9} + \frac{\sin^2\theta}{4}\right) = 1 \quad \Rightarrow \; r^2(4\cos^2\theta + 9\sin^2\theta) = 36$$

$$r^2(4 + 5\sin^2\theta) = 36 \quad \Rightarrow \; r^2 = \frac{36}{4 + 5\sin^2\theta}$$

ដូចនេះ $\boxed{r = \frac{6}{\sqrt{4 + 5\sin^2\theta}}}$

ឃ. $x^2 + y^2 - 2ax = 0$

$$\Rightarrow \; r^2 - 2ar\cos\theta = 0 \; \Leftrightarrow r(r - 2a\cos\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \; r - 2a\cos\theta = 0 \;\; , \; (r > 0)$$

ដូចនេះ $\boxed{r = 2a\cos\theta}$

ង. $3x - y + 2 = 0$

$$\Rightarrow \; 3r\cos\theta - r\sin\theta + 2 = 0 \; \Leftrightarrow r(3\cos\theta - \sin\theta) = -2$$

ដូចនេះ $\boxed{r = \frac{2}{\sin\theta - 3\cos\theta}}$

ច. $x^2 - 4ay - 4a^2 = 0$

$\Rightarrow (r\cos\theta)^2 - 4ar\sin\theta - 4a^2 = 0$

$r^2\cos^2\theta - 4ar\sin\theta - 4a^2 = 0$

$\Delta' = 4a^2\sin^2\theta + 4a^2\cos^2\theta = 4a^2$

$\Rightarrow r_1 = \dfrac{2a\sin\theta - 2a}{\cos^2\theta} = \dfrac{2a(\sin\theta - 1)}{\cos^2\theta}$, $r_2 = \dfrac{2a(\sin\theta + 1)}{\cos^2\theta}$

ដូចនេះ $\boxed{r = \begin{cases} \dfrac{2a(\sin\theta - 1)}{\cos^2\theta} & ,(a < 0) \\ \dfrac{2a(\sin\theta + 1)}{\cos^2\theta} & ,(a \ge 0) \end{cases}}$

8.បម្លែងសមីការប៉ូលែនីមួយៗខាងក្រោមទៅជាសមីការ ដេកាត:

ក. $r\cos\theta = 5$

ខ. $r - 6\sin\theta = 0$

គ. $r(\sin\theta + r\cos^2\theta) = 1$

ឃ. $r = 8\sin\theta - 2\cos\theta$

ង. $r = \tan\theta$

ច. $r = \dfrac{6}{2 - 3\sin\theta}$

ឆ. $r = 4\cos 2\theta \cdot \dfrac{1}{\cos\theta}$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. $r\cos\theta = 5$

តាមរូបមន្ត $x = r\cos\theta = 5$

ដូចនេះ $\boxed{x = 5}$

ខ. $r - 6\sin\theta = 0$

$\Rightarrow r(r - 6\sin\theta) = 0$,$(r > 0)$

$r^2 - 6r\sin\theta = 0$

$x^2 + y^2 - 6y = 0$

ដូចនេះ $\boxed{x^2 + y^2 - 6y = 0}$

គ. $r(\sin\theta + r\cos^2\theta) = 1$

$\Rightarrow r\sin\theta + r^2\cos^2\theta = 1$

$y + x^2 = 1$

ដូចនេះ $\boxed{y = 1 - x^2}$

ឃ. $r = 8\sin\theta - 2\cos\theta$

តាមរូបមន្ត $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{x}{r} \\ \sin\theta = \dfrac{y}{r} \end{cases}$

$\Rightarrow r = 8\dfrac{y}{r} - 2\dfrac{x}{r} \Rightarrow r^2 = 8y - 2x$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 8y = 0$

ដូចនេះ $\boxed{x^2 + 2x + y^2 - 8y = 0}$

ង. $r = \tan\theta$

តាមរូបមន្ត $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$, $(x \neq 0)$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \dfrac{y}{x} \Rightarrow x^2 + y^2 = \dfrac{y^2}{x^2}$

$\Rightarrow x^4 + x^2y^2 = y^2 \Rightarrow x^4 + y^2(x^2 - 1) = 0$

ដូចនេះ $\boxed{x^4 + y^2(x^2 - 1) = 0}$

ច. $r = \dfrac{6}{2 - 3\sin\theta}$

$\Rightarrow r = \dfrac{6}{2 - 3\dfrac{y}{r}}$, $(\sin\theta = \dfrac{y}{r})$

$r = \dfrac{6r}{2r - 3y} \Rightarrow 2r = 6 + 3y$

$2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y = 6$

ដូចនេះ $\boxed{2\sqrt{x^2 + y^2} - 3y = 6}$

ឆ. $r = 4\cos 2\theta \cdot \dfrac{1}{\cos\theta}$

$\Rightarrow r = 4\left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right)\cdot \dfrac{1}{\cos\theta}$

ដោយ $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$, $\sin\theta = \dfrac{y}{r}$ គេបាន

$r = 4\left(\dfrac{x^2}{r^2} - \dfrac{y^2}{r^2}\right)\cdot\dfrac{r}{x} \Rightarrow r^2 = \dfrac{4\left(x^2 - y^2\right)}{x}$

$x^2 + y^2 = 4x - 4\dfrac{y^2}{x} \Rightarrow x^3 - 4x^2 + xy^2 + 4y^2 = 0$

ដូចនេះ $\boxed{x^3 - 4x^2 + y^2(x+4) = 0 \ \ , x \neq 0}$

9. គូសក្រាបនៃសមីការប៉ូលែនីមួយៗខាងក្រោម:

ក. $r = -\dfrac{\pi}{6}$ ខ. $r = 3\cos\theta$

គ. $r = 2\cos 3\theta$ ឃ. $r = 4 - 4\sin\theta$

ង. $r = 2 + 3\sin\theta$ ច. $r = -6(1+\cos\theta)$

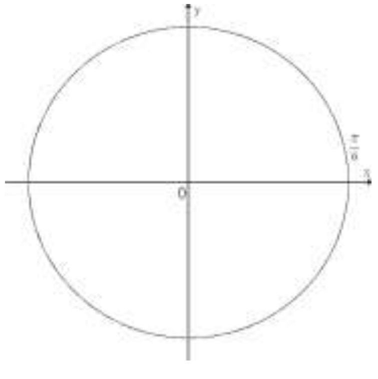
ឆ. $r = 3\sin 2\theta$ ជ. $r = 6\sin^2\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$

ឈ. $r = 8\cos 3\theta$ ។

ដំណោះស្រាយ

ក. $r = -\dfrac{\pi}{6}$

គេបានក្រាបជារង្វង់ផ្ចិត 0 កាំ $r = \dfrac{\pi}{6}$

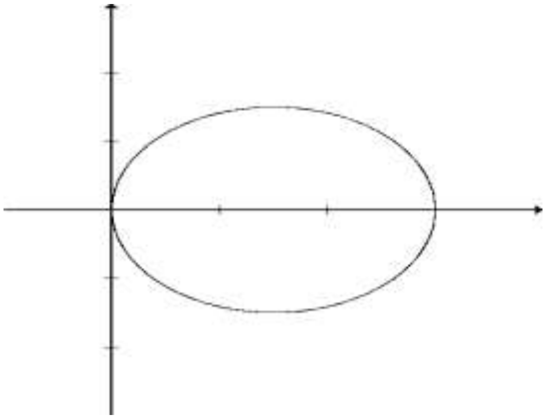


ខ. $r = 3\cos\theta$

ដោយអនុគមន៍កូស៊ីនុសចុះពី 1 ទៅ 0 កាលណា θ ប្រែប្រួលពី 0 ទៅ $\frac{\pi}{2}$ នោះ r ចុះពី 3 ទៅ 0 ។តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញ ចម្លើយ ខ្លះៗនៃសមីការប៉ូលែខាងលើ។

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	3	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{2}$	0
r (តម្លៃប្រហែល)	3	2.60	2.12	1.5	0

បើគេដៅចំណុចដែលមានក្នុងតារាងខាងលើ នោះគេបាន ពាក់កណ្ដាលរង្វង់ខាងលើ ហើយ



ពាក់កណ្ដាលរង្វង់ខាងក្រោមគឺមុំ ប្រែប្រួលនៅកាដ្រង់ទី៤។

គ. $r = 2\cos 3\theta$

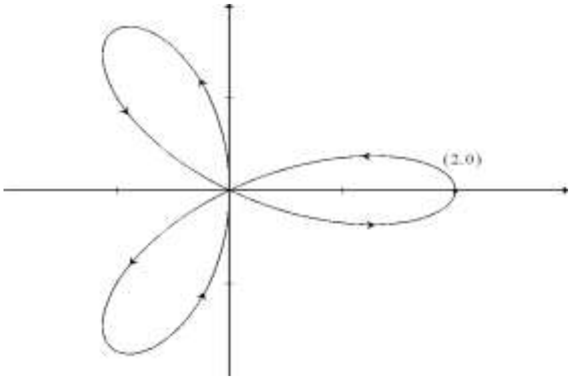
បើ θ កើនពី $-\frac{\pi}{6}$ ទៅ 0 នោះ 3θ កើនពី $-\frac{\pi}{2}$ ទៅ 0 ។ ដូចនេះ $\cos 3\theta$ កើនពី 0 ទៅ 1 ។ នេះបានសេចក្ដីថា r ចុះពី 2 ទៅ 0 ដែល θ នៅក្នុង ចន្លោះ $\left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$ ។ ហើយបើ θ កើនពី 0 ទៅ $\frac{\pi}{6}$ នោះ 3θ កើនពី 0 ទៅ $\frac{\pi}{2}$ ។ ដូច្នេះ $\cos 3\theta$ ចុះពី 1 ទៅ 0 ។ នេះបានសេចក្ដីថា r ចុះពី 2 ទៅ 0 ដែល θ នៅក្នុង ចន្លោះ $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ ។ ដូចនេះ បើ $-\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{6}$ នោះចំណុច (r, θ) គូសបានជាគំនូច ក្នុងកាដ្រង់ទីមួយនិងកាដ្រង់ទីបួន ។

បើ $\frac{\pi}{6} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ នោះ $r \le 0$ ហើយគូសបានគំនូច នៅក្នុងកាដ្រង់ ទីបី ។

សិក្សាដូចគ្នាចំពោះ $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{5\pi}{6}$ គូសបានគំនូចនៅក្នុងកាដ្រង់ ទីពីរ។

ហើយចំពោះតម្លៃ θ បន្តបន្ទាប់គឺ គូសបានគំនូចត្រួតស៊ីគ្នាទៅ នឹងគំនូចទាំងបីដែលបាន សិក្សាខាងលើ ។

ដូចនេះក្រាបនេះជាលីម៉ាសុនដែលមានទម្រង់ដូចជាស្រទាប់ផ្កា ដែលមានបីសន្លឹក ។



ឃ. $r = 4 - 4\sin\theta$

ដោយអនុគមន៍ស៊ីនុសកើនពី 0 ទៅ 1 កាលណា θ ប្រែប្រួលពី $-\frac{\pi}{2}$ ទៅ $\frac{\pi}{2}$ នោះ r ចុះពី 8 ទៅ 0 ។

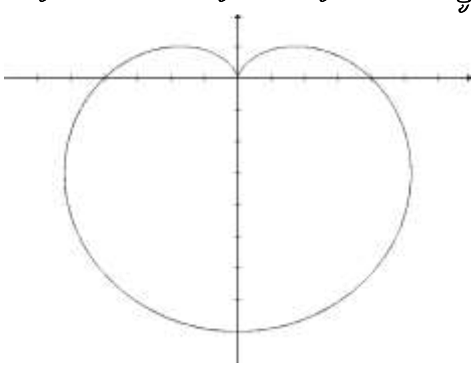
តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញ ចម្លើយ ខ្លះៗនៃសមីការប៉ូលែខាងលើ។

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	8	$4+2\sqrt{3}$	$4+2\sqrt{2}$	6	4	2	$4-2\sqrt{2}$	$4-2\sqrt{3}$	0
r (តម្លៃប្រហែល)	8	7.46	6.83	6	4	2	1.17	0.54	0

បើគេដៅចំណុចដែលមានក្នុងតារាងខាងលើ នៅលើក្រដាស ក្រាបប៉ូលែ គេបានពាក់កណ្តាលផ្នែក ខាងស្តាំនៃក្រាប ។

បើ θ ប្រែប្រួលពី $\frac{\pi}{2}$ ទៅ $\frac{3\pi}{2}$ នោះ r កើនពី 0 ទៅ 8 ។ នោះគេបាន ពាក់កណ្តាលផ្នែកខាងឆ្វេង នៃក្រាប។

ដូចនេះ ក្រាបទាំងមូលមានរាង ដូចបេះដូង ឬ កាដ្យូអ៊ីត(Cardioid)។

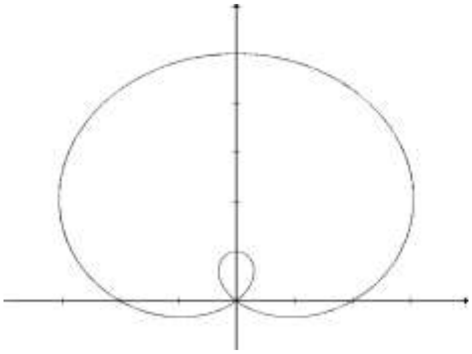


ង. $r = 2 + 3\sin\theta$

តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញពីកូអរដោនេខ្លះៗ ត្រូវនឹង $-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ នៃសមីការប៉ូលែខាងលើ។

θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
r	-1	$2-3\frac{\sqrt{3}}{2}$	$2-3\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{7}{2}$	$2+3\frac{\sqrt{2}}{2}$	$2+3\frac{\sqrt{3}}{2}$	5
r (តម្លៃប្រហែល)	-1	-0.60	-0.12	0.5	2	3.5	4.12	4.60	5

បើគេដៅចំណុចដែលមានក្នុងតារាងខាងលើ នៅក្នុងតំរុយ ប៉ូលែ គេបាន ក្រាបនេះជា លីម៉ាសុន មានគំនួចជុំវិញ។



ច. $r=-6(1+\cos\theta)$

មានរាង $r=a(1+\cos\theta)$, $a=-6$ គេបានវាមានក្រាបជាកាដ្យូអ៊ីត ។

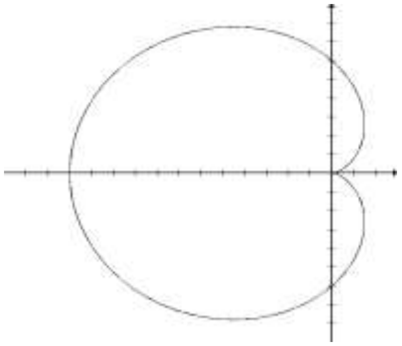
ដោយអនុគមន៍កូស៊ីនុសចុះពី 1 ទៅ -1 កាលណា θ ប្រែប្រួលពី 0 ទៅ π នោះ r កើនពី -12 ទៅ 0 ។តារាងខាងក្រោម នេះ បង្ហាញចម្លើយ ខ្លះៗនៃសមីការប៉ូលែខាងលើ។

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
r	-12	$-6-3\sqrt{3}$	$-6-3\sqrt{2}$	-9	-6	-3	$-6+3\sqrt{2}$	$-6+3\sqrt{3}$	0
r (តម្លៃប្រហែល)	-12	-11.20	-10.24	-9	-6	-3	-1.76	-0.80	0

បើគេដៅចំណុចដែលមានក្នុងតារាងខាងលើ នៅលើក្រដាស ក្រាបប៉ូលែ គេបានពាក់កណ្ដាលផ្នែកខាងក្រោមនៃក្រាប ។

បើ θ ប្រែប្រួលពី π ទៅ 2π នោះ r ចុះពី 0 ទៅ -12 ។ នោះគេបាន ពាក់កណ្ដាលផ្នែកខាងលើនៃក្រាប។

ដូចនេះក្រាបទាំងមូលមានរាងដូចបេះដូង ឬ កាដ្យូអ៊ីត (Cardioid)។



ឆ. $r=3\sin 2\theta$

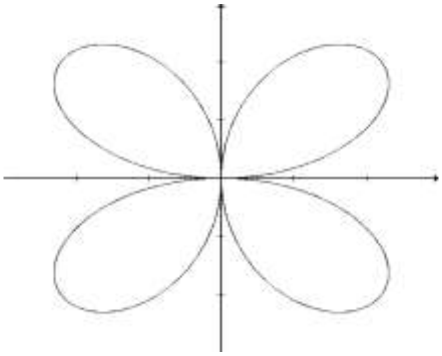
បើ θ កើនពី 0 ទៅ $\frac{\pi}{4}$ នោះ r កើនពី 0 ទៅ 3 ។ ហើយបើគេ យក θ កើនពី $\frac{\pi}{4}$ ទៅ $\frac{\pi}{2}$ នោះ r ចុះពី 3 ទៅ 0 ។ ចំណុចត្រូវគ្នានេះ នៅលើក្រាបគូសបានជាគំនូចព័ទ្ធជុំវិញក្នុងកាដ្រង់ទីមួយ ។

បើ $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi$ នោះ $r \le 0$ ហើយចំណុច (r,θ) គឺ គូសបានជាគំនូច នៅក្នុងកាដ្រង់ទីបួន។

សិក្សាដូចគ្នាចំពោះ $\pi \le \theta \le \frac{3\pi}{2}$ គេបានគំនូចនៅក្នុងកាដ្រង់ទីបី និង $\frac{3\pi}{2} \le \theta \le 2\pi$ គេបានគំនូចនៅកាដ្រង់ទីពីរ។

គេកត់សម្គាល់ឃើញថា គំនូចទាំងអស់ ត្រូវគូសក្នុងទិសដៅ ផ្ទុយនឹងដំណើរទ្រនិចនាឡិកាកាលណា θ កើនឡើង។

ដូចនេះក្រាបនេះជាលីម៉ាសុនដែលមានទម្រង់ ដូចជាស្រទាប់ផ្កា ដែលមានបួនសន្លឹក ។



ជ. $r = 6\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$

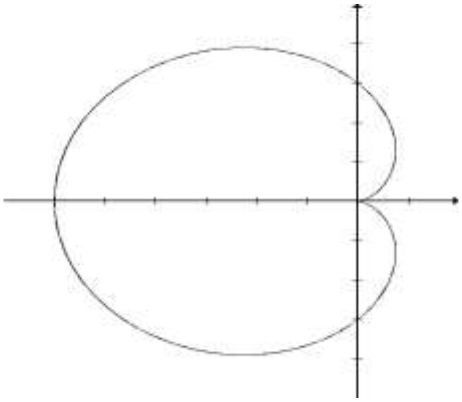
តារាងខាងក្រោមនេះបង្ហាញចម្លើយខ្លះៗនៃសមីការប៉ូលែ ខាងលើ។

θ	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
r	0	$\frac{3}{2}$	3	6
r (តម្លៃប្រហែល)	0	1.5	3	6

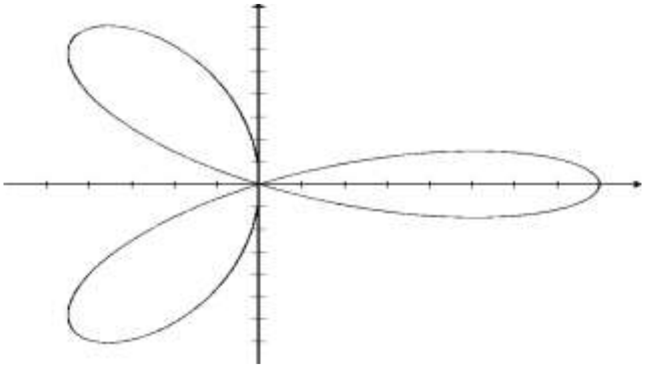
បើគេដៅចំណុចដែលមានក្នុងតារាងខាងលើ នៅលើក្រដាស ក្រាបប៉ូលែ គេបានពាក់កណ្ដាលផ្នែកខាងលើនៃក្រាប ។

បើ θ ប្រែប្រួលពី π ទៅ 2π នោះ r ចុះពី6 ទៅ 0។ នោះគេបាន ពាក់កណ្ដាលផ្នែកខាងក្រោមនៃក្រាប។

ដូចនេះក្រាបទាំងមូលមានរាងដូចបេះដូង ឬ កាដ្យូអ៊ីត(Cardioid)។



ឈ. $r = 8\cos 3\theta$

សិក្សាដូចលំហាត់(ខ) នោះគេបាន ក្រាបនេះជាលីម៉ាសុន

ដែលមានទម្រង់ដូចជាស្រទាប់ផ្កាដែលមានបីសន្លឹក ។