

## មេរៀនទី១ ដេរីវេនៃអនុគមន៍

### ដំណោះស្រាយលំហាត់

1. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $f(x) = (2x+1)^4$       ខ.  $f(x) = \sqrt{5x^6 - 12}$

គ.  $f(x) = (x^5 - 4x^2 + 8)^8$     ឃ.  $f(x) = (3x^4 - 7x^2 + 9)^5$

ង.  $f(x) = \frac{1}{5x^2 - 6x + 2}$     ច.  $f(x) = \frac{2}{(6x^2 + 5x + 1)^2}$

### ដំណោះស្រាយ

ក.  $f(x) = (2x+1)^4$

តាមរូបមន្ត  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

យើងបាន  $f'(x) = 4(2x+1)'(2x+1)^3 = 8(2x+1)^3$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 8(2x+1)^3$

ខ.  $f(x) = \sqrt{5x^6 - 12}$

តាមរូបមន្ត  $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

យើងបាន  $f'(x) = \frac{(5x^6 - 12)'}{2\sqrt{(5x^6 - 12)}} = \frac{30x^5}{2\sqrt{(5x^6 - 12)}} = \frac{15x^5}{\sqrt{(5x^6 - 12)}}$

ដូចនេះ:  $f'(x) = \frac{15x^5}{\sqrt{(5x^6 - 12)}}$

គ.  $f(x) = (x^5 - 4x^2 + 8)^8$

យើងបាន  $f'(x) = 8(x^5 - 4x^2 + 8)'(x^5 - 4x^2 + 8)^7 = 8(5x^4 - 8x)(x^5 - 4x^2 + 8)^7$   
 $= 8x(5x^3 - 8)(x^5 - 4x^2 + 8)^7$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 8x(5x^3 - 8)(x^5 - 4x^2 + 8)^7$

ឃ.  $f(x) = (3x^4 - 7x^2 + 9)^5$

យើងបាន  $f'(x) = 5(3x^4 - 7x^2 + 9)'(3x^4 - 7x^2 + 9)^4$   
 $= 5(12x^3 - 14x)(3x^4 - 7x^2 + 9)^4$   
 $= 10x(6x^2 - 7)(3x^4 - 7x^2 + 9)^4$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 10x(6x^2 - 7)(3x^4 - 7x^2 + 9)^4$

ង.  $f(x) = \frac{1}{5x^2 - 6x + 2}$

យើងបាន  $f'(x) = -\frac{(5x^2 - 6x + 2)'}{(5x^2 - 6x + 2)^2} = -\frac{10x - 6}{(5x^2 - 6x + 2)^2}$

ដូចនេះ:  $f'(x) = -\frac{10x - 6}{(5x^2 - 6x + 2)^2}$

ច.  $f(x) = \frac{2}{(6x^2 + 5x + 1)^2}$

គេអាចសរសេរ  $f(x) = 2(6x^2 + 5x + 1)^{-2}$

យើងបាន  $f'(x) = -4(6x^2 + 5x + 1)'(6x^2 + 5x + 1)^{-3} = -4\frac{(12x + 5)}{(6x^2 + 5x + 1)^3}$

ដូចនេះ:  $f'(x) = -4\frac{(12x + 5)}{(6x^2 + 5x + 1)^3}$

2. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

ខ.  $y = \frac{1}{\sqrt{5x^3 + 2}}$

គ.  $y = \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}}$

ឃ.  $y = \left(\frac{x+2}{2-x}\right)^3$

ង.  $y = (x+2)^3(2x-1)^5$

ច.  $y = 2(3x+1)^4(5x-3)^2$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $y = \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 1}}$

គេអាចសរសេរ  $y = (4x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}}$

គេបាន  $y' = -\frac{1}{2}(4x^2 + 1)'(4x^2 + 1)^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{4x}{\sqrt{(4x^2 + 1)^3}}$

ដូចនេះ:  $y' = -\frac{4x}{\sqrt{(4x^2 + 1)^3}}$

ខ.  $y = \frac{1}{\sqrt{5x^3 + 2}}$

គេអាចសរសេរ  $y = (5x^3 + 2)^{-\frac{1}{2}}$

គេបាន  $y' = -\frac{1}{2}(5x^3 + 2)'(5x^3 + 2)^{-\frac{1}{2}-1} = -\frac{15x^2}{2\sqrt{(5x^3 + 2)^3}}$

ដូចនេះ:  $y' = -\frac{15x^2}{2\sqrt{(5x^3 + 2)^3}}$

គ.  $y = \sqrt{\frac{3x+1}{2x-1}}$

គេបាន  $y' = \left(\frac{3x+1}{2x-1}\right)' \frac{2}{\sqrt{3x+1}} = \frac{3(2x-1) - 2(3x+1)}{(2x-1)^2} \frac{2\sqrt{2x-1}}{\sqrt{3x+1}}$

$= \frac{10}{(2x-1)\sqrt{(2x-1)(3x+1)}}$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{10}{(2x-1)\sqrt{(2x-1)(3x+1)}}$

ឃ.  $y = \left(\frac{x+2}{2-x}\right)^3$

គេបាន 
$$y' = 3\left(\frac{x+2}{2-x}\right)' \left(\frac{x+2}{2-x}\right)^2 = \frac{3(2-x) + 3(x+2)}{(2-x)^2} \left(\frac{x+2}{2-x}\right)^2$$

$$= \frac{12(x+2)^3}{(2-x)^5}$$

ដូចនេះ: 
$$y' = \frac{12(x+2)^3}{(2-x)^5}$$

ង.  $y = (x+2)^3(2x-1)^5$

គេបាន 
$$y' = 24(x+2)^2(2x-1)^5 + 10(2x-1)^4(x+2)^3$$

$$= (x+2)^2(2x-1)^4(6x-3+10x+20) = (16x+17)(x+2)^2(2x-1)^4$$

ដូចនេះ: 
$$y' = (16x+17)(x+2)^2(2x-1)^4$$

ច.  $y = 2(3x+1)^4(5x-3)^2$

យើងបាន 
$$y' = 24(3x+1)^3(5x-3)^2 + 30(3x+1)^4(5x-3)$$

$$= 2(3x+1)^3(5x-3)(60x-36+45x+15)$$

$$= 2(5x-3)(105x-21)(3x+1)^3$$

ដូចនេះ: 
$$y' = 2(5x-3)(105x-21)(3x+1)^3$$

3. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍  $f(x)$  តាមវិធីពីរយ៉ាងគឺ តាម រូបមន្តដេរីវេនៃផលគុណ និង ដេរីវេនៃស្វ័យគុណ រួច បង្ហាញថាវិធីទាំងពីរមានលទ្ធផលដូចគ្នា

ក.  $f(x) = (3x+5)^2$       ខ.  $f(x) = (7-4x)^2$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $f(x) = (3x+5)^2$

គេអាចសរសេរ  $f(x) = (3x+5)(3x+5)$

តាមរូបមន្ត  $(uv)' = u'v + v'u$

គេបាន  $f'(x) = (3x+5)'(3x+5) + (3x+5)'(3x+5) = 3(3x+5) + 3(3x+5)$   
 $= 9x+15+9x+15 = 18x+30 = 6(3x+5)$

ម្យ៉ាងទៀតដោយប្រើរូបមន្ត  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

គេបាន  $f'(x) = 2(3x+5)'(3x+5) = 6(3x+5)$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 6(3x+5)$

ខ.  $f(x) = (7-4x)^2$

គេអាចសរសេរ  $f(x) = (7-4x)(7-4x)$

គេបាន  $f'(x) = (7-4x)'(7-4x) + (7-4x)'(7-4x) = -4(7-4x) + -4(7-4x)$   
 $= -8(7-4x)$

ម្យ៉ាងទៀតដោយប្រើរូបមន្ត  $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

គេបាន  $f'(x) = 2(7-4x)'(7-4x) = -8(7-4x)$

ដូចនេះ:  $f'(x) = -8(7-4x)$

4. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = \sin^2 x + \cos^2 x$       ខ.  $y = 5x^3 - 2 \sin x \cos x$

គ.  $y = (2x - \sin x)^3$       ឃ.  $y = \sin x - x^2 \cos x$

ង.  $y = x^2 - \tan^2 x$       ច.  $y = 3x \cot^2 x$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $y = \sin^2 x + \cos^2 x$

ដោយ  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

គេបាន  $y = 1 \Rightarrow y' = 0$

ដូចនេះ:  $y' = 0$

ខ.  $y = 5x^3 - 2 \sin x \cos x$

គេមាន  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

គេបាន  $y = 5x^3 - \sin 2x \Rightarrow y' = 15x^2 - 2 \cos 2x$

ដូចនេះ:  $y' = 15x^2 - 2 \cos 2x$

គ.  $y = (2x - \sin x)^3$

គេបាន  $y' = 3(2x - \sin x)'(2x - \sin x)^2 = 3(2x - \cos x)(2 - \sin x)^2$

ដូចនេះ:  $y' = 3(2x - \cos x)(2 - \sin x)^2$

ឃ.  $y = \sin x - x^2 \cos x$

គេបាន  $y' = (\sin x)' - (x^2)' \cos x - x^2 (\cos x)' = \cos x - 2x \cos x + x^2 \sin x$

$= (1 - 2x) \cos x + x^2 \sin x$

ដូចនេះ:  $y' = (1 - 2x) \cos x + x^2 \sin x$

ង.  $y = x^2 - \tan^2 x$

គេបាន  $y' = 2x - 2(\tan x)' \tan x = 2x - 2(1 + \tan^2 x) \tan x$

$= 2(x - \tan x - \tan^3 x)$

ដូចនេះ:  $y' = 2(x - \tan x - \tan^3 x)$

ច.  $y = 3x \cot^2 x$

គេបាន  $y' = (3x)' \cot^2 x + 3x (\cot^2 x)' = 3 \cot^2 x - 6x(1 + \cot^2 x) \cot x$

$= 3 \cot x (\cot x - 2x - 2x \cot^2 x)$

ដូចនេះ:  $y' = 3 \cot x (\cot x - 2x - 2x \cot^2 x)$

5. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = \sin^2 x^2$

ខ.  $y = x^3 - \cos^2 5x$

គ.  $y = \frac{\tan 2x}{1 - \cos x}$                       ឃ.  $y = x^3 - \sin(x^2 - 5x)$

ង.  $y = \sin 3x + \cos(x^3 - 1)$     ច.  $y = \tan(2x^2 - 5x)$

**ដំណោះស្រាយ**

គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = \sin^2 x^2$

គេបាន  $y' = 2(x^2)' \cos x^2 \sin x^2 = 4x \cos x^2 \sin x^2 = 2x \sin 2x^2$

ដូចនេះ:  $y' = 2x \sin 2x^2$

ខ.  $y = x^3 - \cos^2 5x$

គេបាន  $y' = 3x^2 + 2(5x)' \sin 5x \cos 5x = 3x^2 + 5 \sin 10x$

ដូចនេះ:  $y' = 3x^2 + 5 \sin 10x$

គ.  $y = \frac{\tan 2x}{1 - \cos x}$

គេបាន  $y' = \frac{(1 + \tan^2 2x)(1 - \cos x) - \sin x \tan 2x}{(1 - \cos x)^2}$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{(1 + \tan^2 2x)(1 - \cos x) - \sin x \tan 2x}{(1 - \cos x)^2}$

ឃ.  $y = x^3 - \sin(x^2 - 5x)$

គេបាន  $y' = 3x^2 - (x^2 - 5x)' \cos(x^2 - 5x) = 3x^2 - (2x - 5) \cos(x^2 - 5x)$

ដូចនេះ:  $y' = 3x^2 - (2x - 5) \cos(x^2 - 5x)$

ង.  $y = \sin 3x + \cos(x^3 - 1)$

គេបាន  $y' = 3 \cos 3x - 3x^2 \sin(x^3 - 1) = 3[\cos 3x - x^2 \sin(x^3 - 1)]$

ដូចនេះ:  $y' = 3[\cos 3x - x^2 \sin(x^3 - 1)]$

ថ.  $y = \tan(2x^2 - 5x)$

គេបាន  $y' = \frac{(2x^2 - 5x)'}{\cos^2(2x^2 - 5x)} = \frac{4x - 5}{\cos^2(2x^2 - 5x)}$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{4x - 5}{\cos^2(2x^2 - 5x)}$

6. គណនាដេរីវេទី២នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = 3x^2 - \sin 2x$       ខ.  $y = -3x^4 + 2x^2$

គ.  $y = x + \frac{1}{x}$       ឃ.  $y = \frac{x^2}{x+1}$

ង.  $y = (x^2 + 4)^3$       ច.  $y = (x^3 - 1)^4$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $y = 3x^2 - \sin 2x$  គេបាន  $y' = 6x - 2 \cos 2x \Rightarrow y'' = 6 + 4 \sin 2x = 2(3 + 2 \sin 2x)$

ដូចនេះ:  $y'' = 2(3 + 2 \sin 2x)$

ខ.  $y = -3x^4 + 2x^2$

គេបាន  $y' = -12x^3 + 4x$

ហើយ  $y'' = -36x^2 + 4 = 4(-9x^2 + 1)$

ដូចនេះ:  $y'' = 4(-9x^2 + 1)$

គ.  $y = x + \frac{1}{x}$

គេបាន  $y' = 1 - \frac{1}{x^2}$

ហើយ  $y'' = \frac{2}{x^3}$

ដូចនេះ:  $y'' = \frac{2}{x^3}$

ឃ.  $y = \frac{x^2}{x+1}$



អាចសរសេរជា  $y = \frac{(x^2 + 1) - 1}{x + 1} = x - 1 + \frac{1}{x + 1}$

គេបាន  $y' = 1 + \frac{1}{(x + 1)^2}$

ហើយ  $y'' = \frac{2}{(x + 1)^3}$

ដូចនេះ  $y'' = \frac{2}{(x + 1)^3}$

ង.  $y = (x^2 + 4)^3$

គេបាន  $y' = 3(x^2 + 4)'(x^2 + 4)^2 = 6x(x^2 + 4)^2$

ហើយ  $y'' = 6(x^2 + 4)^2 + 12x(x^2 + 4)'(x^2 + 4) = 6(x^2 + 4)^2 + 24x^2(x^2 + 4)$   
 $= 6(x^2 + 4)(x^2 + 4x^2 + 4) = 6(x^2 + 4)(5x^2 + 4)$

ដូចនេះ  $y'' = 6(x^2 + 4)(x^2 + 4x^2 + 4) = 6(x^2 + 4)(5x^2 + 4)$

ច.  $y = (x^3 - 1)^4$

គេបាន  $y' = 4(x^3 - 1)'(x^3 - 1)^3 = 12x^2(x^3 - 1)^3$

ហើយ  $y'' = 12x(11x^3 - 2)(x^3 - 1)^2$

ដូចនេះ  $y'' = 12x(11x^3 - 2)(x^3 - 1)^2$

7. រក  $y'$  ជាអនុគមន៍នៃ  $x$  និង  $y$

ក.  $x = \tan y$

ខ.  $x = \sin y$

គ.  $xy + \sin y = 0$

ឃ.  $x + \sin y = xy$

ង.  $x + \tan(xy) = 0$

ច.  $y^2 = \sin^4 2x + \cos^4 2x$

### ដំណោះស្រាយ

ក.  $x = \tan y$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$(x)' = (\tan y)' \Leftrightarrow 1 = y' \frac{1}{\cos^2 y} \Rightarrow y' = \cos^2 y$$

ដូចនេះ:  $y' = \cos^2 y$

ខ.  $x = \sin y$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$(x)' = (\sin y)' \Leftrightarrow 1 = y' \cos y \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos y}$$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{1}{\cos y}$

គ.  $xy + \sin y = 0$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$(xy + \sin y)' = 0 \Leftrightarrow y + xy' + y' \cos y \Rightarrow y' = -\frac{y}{x + \cos y}$$

ដូចនេះ:  $y' = -\frac{y}{x + \cos y}$

ឃ.  $x + \sin y = xy$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$(x + \sin y)' = (xy)' \Leftrightarrow 1 + y' \cos y = y + xy' \Rightarrow y' = \frac{y-1}{\cos y - x}$$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{y-1}{\cos y - x}$

ង.  $x + \tan(xy) = 0$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$[x + \tan(xy)]' = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{(xy)'}{\cos^2 xy} = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{y + xy'}{\cos^2(xy)} = 0 \Rightarrow y' = -\frac{\cos^2(xy) + y}{x}$$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{\cos^2(xy) + y}{x}$$

ថ.  $y^2 = \sin^4 2x + \cos^4 2x$

គេមាន  $\sin^4 2x + \cos^4 2x = (\sin^2 2x + \cos^2 2x)^2 - 2\sin^2 2x \cos^2 2x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 4x$

គេបាន  $y^2 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 4x$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$(y^2)' = \left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 4x\right)' \Leftrightarrow 2yy' = \sin 4x \cos 4x = \frac{1}{2}\sin 8x$$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{\sin 4x}{4y}$$

8. រក  $y'$  និង  $y''$  ជាអនុគមន៍នៃ  $x$  និង  $y$

ក.  $2x^2 + y^2 = 4$

ខ.  $2x^3 + y^3 = 8$

គ.  $x^2 + xy + y^2 = -1$

ឃ.  $x^3 + 2xy - y^2 = 3$

ង.  $x^3 + y^3 = 3xy$

ច.  $x^3y + xy^3 = 3x^2$

### ដំណោះស្រាយ

ក.  $2x^2 + y^2 = 4$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$4x + 2yy' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{2x}{y}$$

ហើយ  $y'' = -\frac{2y - 2xy'}{y^2} = -\frac{2y - 2x\left(-\frac{2x}{y}\right)}{y^2} = -\frac{2y^2 + 4x^2}{y^2}$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{2x}{y} \text{ និង } y'' = -\frac{2y^2 + 4x^2}{y^2}$$

ខ.  $2x^3 + y^3 = 8$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$6x^2 + 3y'y^2 = 0 \Rightarrow y' = -\frac{2x^2}{y^2}$$

ហើយ 
$$y'' = -\frac{4xy^2 - 4x^2y'y}{y^4} = -\frac{4xy - 4x^2\left(-\frac{2x^2}{y^2}\right)}{y^3} = -\frac{4xy^3 + 8x^4}{y^5}$$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{2x^2}{y^2} \text{ និង } y'' = -\frac{4xy^3 + 8x^4}{y^5}$$

គ.  $x^2 + xy + y^2 = -1$

ធ្វើដេរីវេលើអង្គទាំងពីរគេបាន

$$2x + y + xy' + 2y'y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{(2x + y)}{x + 2y}$$

ហើយ 
$$y'' = -\frac{(2 + y')(x + 2y) - (1 + 2y')(2x + y)}{(x + 2y)^2}$$

$$= -\frac{2x + 4y + xy' + 2y'y - 2x - y - 4xy' - 2yy'}{(x + 2y)^2}$$

$$= -\frac{3y + 3xy'}{(x + 2y)^2} = -\frac{3y + 3x\left(-\frac{2x + y}{x + 2y}\right)}{(x + 2y)^2}$$

$$= -\frac{3xy + 6y^2 + 6x^2 + 3xy}{(x + 2y)^2} = -\frac{6(x^2 + xy + y^2)}{(x + 2y)^2}$$

ដោយ  $x^2 + xy + y^2 = -1$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{(2x + y)}{x + 2y} \text{ និង } y'' = \frac{6}{(x + 2y)^2}$$

១. គណនា

ក.  $f^4(x)$  បើ  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

ខ.  $f^6(x)$  បើ  $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - \sin 2x$

គ.  $f^8(x)$  បើ  $f(x) = x^8 - 5x^2 + \cos x$

ឃ.  $f^{10}(x)$  បើ  $f(x) = \frac{120}{x^6}$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $f^4(x)$

មាន  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$

គេបាន  $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$

$f''(x) = 6x - 6$

$f^3(x) = 6$

$f^4(x) = 0$

ដូចនេះ:  $f^4(x) = 0$

ខ.  $f^6(x)$

មាន  $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - \sin 2x$

គេបាន  $f'(x) = x^6 - 2\cos 2x$

$f''(x) = 6x^5 + 4\sin 2x$

$f^3(x) = 30x^4 + 8\cos 2x$

$f^4(x) = 120x^3 - 16\sin 2x$

$f^5(x) = 360x^2 - 32\cos 2x$

$f^6(x) = 720x + 64\sin 2x$

ដូចនេះ:  $f^6(x) = 720x + 64\sin 2x$

គ.  $f^8(x)$

មាន  $f(x) = x^8 - 5x^2 + \cos x$

គេបាន  $f'(x) = 8x^7 - 10x - \sin x$

$f''(x) = 8 \cdot 7x^6 - 10 - \cos x$

$f^3(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6x^5 + \sin x$

$f^4(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5x^4 + \cos x$

$f^5(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4x^3 - \sin x$

$f^6(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3x^2 - \cos x$

$f^7(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2x + \sin x$

$f^8(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + \cos x$

ដូចនេះ:  $f^8(x) = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 + \cos x$

ឃ.  $f^{10}(x)$

មាន  $f(x) = \frac{120}{x^6}$

ហើយ  $120 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 5!$

គេបាន  $f'(x) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{x^7}$

$f''(x) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{x^8}$

$f^3(x) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{x^9}$

.....

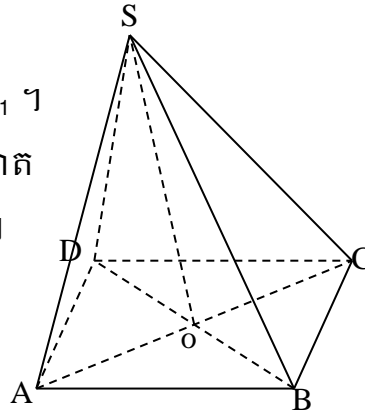
$f^{10}(x) = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 15}{x^{16}} = \frac{15!}{x^{16}}$

ដូចនេះ:  $f^{10}(x) = \frac{15!}{x^{16}}$

## មេរៀនទី២ អនុវត្តន៍នៃដេរីវេ

### ដំណោះស្រាយលំហាត់

1. ពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័ត  $SABCD$  មានផ្ទៃក្រលាខាង  $S_1$  ។ គណនាផលធៀបរង្វាស់កំពស់  $SO$  និង ជ្រុងមួយនៃបាត ដើម្បីឲ្យមានពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តមានតម្លៃអតិបរិមា ។



### ដំណោះស្រាយ

គណនាផលធៀបរង្វាស់កំពស់ និងជ្រុងមួយនៃបាតដើម្បីឲ្យមានពីរ៉ាមីតចតុមុខនិយ័តមានតម្លៃអតិបរិមា

តាង  $|AB|=x, x > 0$  រង្វាស់ជ្រុងបាត

យក  $I$  ជាចំនុចកណ្តាល  $[AB]$  នាំឲ  $[SI]$  ជាអាប៉ូតែម

គេបាន  $S_1 = \frac{1}{2} \times 4x \times SI \Rightarrow SI = \frac{S_1}{2x}$

ត្រីកោណ  $SOI$  កែងត្រង់  $O$  យើងបាន

$$SO^2 = SI^2 - OI^2 = \left(\frac{S_1}{2x}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{S_1^2 - x^4}{4x^2}$$

តែ  $S_1^2 - x^4 > 0 \Rightarrow x^4 < S_1^2 \Rightarrow x^2 < S_1$

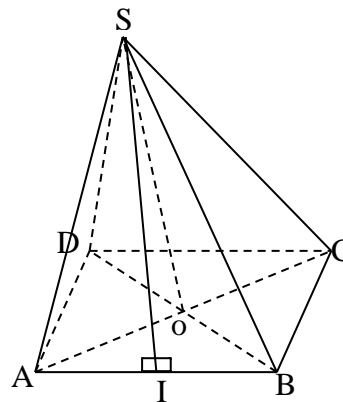
$$\Rightarrow x < \sqrt{S_1} \Rightarrow 0 < x < \sqrt{S_1}$$

យើងបាន  $SO = \frac{S_1^2 - x^4}{2x}$

តាង  $V(x)$  ជាមាឌពីរ៉ាមីត

នោះ  $V(x) = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{\frac{S_1^2 - x^4}{2x}} = \frac{x}{6} \sqrt{S_1^2 - x^4}$

$$\Rightarrow V'(x) = \frac{S_1^2 - 3x^4}{6\sqrt{S_1^2 - x^4}}$$



ដោយ  $V'(x)=0 \Rightarrow 3x^4 = S_l^2 \Rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{S_l^2}{3}}$

$x$	$0$	$\sqrt[4]{\frac{S_l^2}{3}}$	$\sqrt{S_l}$
$V'(x)$	$+$	$0$	$-$
$V(x)$	$\swarrow$ អតិបរិមា $\searrow$		

តាមតារាងយើងបាន

$$\frac{SO}{x} = \frac{\sqrt{S_l^2 - x^4}}{2x^2} = \frac{\sqrt{S_l^2 - \frac{S_l^2}{3}}}{2\sqrt{\frac{S_l^2}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{2S_l^2}{3}}}{2\sqrt{S_l^2}}$$

ដូចនេះ ផលធៀបរង្វាស់កំពស់ និង ជ្រុងបាតនៃពីរ៉ាមីតគឺ  $\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

**2. ផលបូកបរិមាត្រកាអេមួយ និង រង្វង់មួយមានប្រវែង  $l$  ។**

គណនាផលធៀបរង្វាស់កាំរង្វង់ និង ជ្រុងកាអេ ដើម្បីឲ្យផលបូកផ្ទៃក្រលាកាអេ និង រង្វង់ មានតម្លៃអប្បបរមា ។

**ដំណោះស្រាយ**

ផលបូកបរិមាត្រកាអេមួយ និង រង្វង់មួយមានប្រវែង  $l$

គណនាផលធៀបរង្វាស់កាំរង្វង់ និង ជ្រុងកាអេដើម្បីឲ្យផលបូកផ្ទៃក្រលាកាអេ និង រង្វង់តំលៃអប្បបរមា

តាង  $x$  ជាជ្រុងកាអេ និង  $r$  ជាកាំនៃរង្វង់

ផលបូកបរិមាត្រ  $l = 4x + 2\pi r$

$$\Rightarrow r = \frac{l - 4x}{2\pi}$$

ក្រលាផ្ទៃ  $S = x^2 + \pi r^2 = x^2 + \pi \times \frac{(l - 4x)^2}{4\pi^2}$

$$= x^2 + \frac{16x^2 - 8lx + l^2}{4\pi}$$

$$\Rightarrow S' = 2x + \frac{8x}{\pi} - \frac{2l}{\pi} = x \left( 2 + \frac{8}{\pi} \right) - \frac{2l}{\pi}$$



ដោយ  $S'(x)=0 \Rightarrow x = \frac{2l}{\pi} \times \frac{\pi}{2\pi+8} = \frac{l}{\pi+4}$

តារាងអថេរភាព

x	0	$\frac{l}{\pi+4}$	$+\infty$
S'		0	
S		-	+

$$x = \frac{l}{\pi+4} \Rightarrow r = \frac{l - \frac{4l}{\pi+4}}{2\pi} = \frac{l(\pi+4) - 4l}{2\pi(\pi+4)} = \frac{l}{2(\pi+4)}$$

យើងបាន  $\frac{r}{x} = \frac{l}{2(\pi+4)} \times \frac{(\pi+4)}{l} = \frac{1}{2}$

ដូចនេះ ផលធៀបជ្រុងកាដេ និង កាំរង្វង់ស្មើនឹង  $\boxed{\frac{1}{2}}$

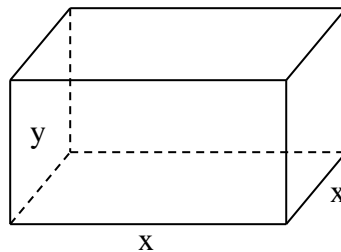
3. ប្រអប់ត្រង់មួយមានគម្របលើ និង បាតក្រោមជាកាដេ ហើយមានមាឌ  $250 \text{ cm}^3$ ។ សំភារៈសម្រាប់ធ្វើគម្របលើ និង បាតក្រោមតម្លៃ  $2000 \text{ /cm}^2$  ហើយសំភារៈសំរាប់ធ្វើ ផ្ទៃខាងតម្លៃ  $1000 \text{ /cm}^2$  ។ កំណត់រង្វាស់ទ្រទង់នៃប្រអប់ដើម្បីឲ្យប្រាក់ចំណាយលើសម្ភារៈមានតម្លៃអប្បបរមា រួចគណនាប្រាក់ចំណាយអប្បបរមានោះ ។

**ដំណោះស្រាយ**

តាង  $x, y$  ជាវិមាត្រនៃប្រអប់

យើងមាន មាឌនៃប្រអប់កំណត់ដោយ

$$V = x^2 y = 250 \Rightarrow y = \frac{250}{x^2}$$



តាង  $S$  ជាផ្ទៃសរុប យើងបាន

$$\begin{aligned} S &= 2x^2 + 4xy = 2x^2 + 4x\left(\frac{250}{x^2}\right) \\ &= 2x^2 + \frac{1000}{x} \\ \Rightarrow S' &= 4x - \frac{1000}{x^2} = \frac{4(x^3 - 250)}{x^2} \end{aligned}$$

ដោយ  $S'=0 \Rightarrow x^3 - 250 = 0$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{250} = 6.3$$

តារាងអថេរភាព

x	0	6.3
S'	-	0
S	↘ ↗	

ផ្ទៃក្រលាមានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់  $x=6.3$

$$\Rightarrow y = \frac{250}{(6.3)^2} = 6.3$$

យើងបានប្រាក់ចំណាយសរុប

$$C = 2(6.3)^2 \times 2000 + 4(6.3)^2 \times 1000 = 317520^f$$

4. ទូកមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យ ដែលរយៈពេល  $t$  នាទីក្រោយមក ទូកនោះ

មានចំងាយត្រួតពិនិត្យដែលតាងដោយអនុគមន៍  $S(t) = t^3 + 60t$

គិតជាម៉ែត្រ ។

ក. រកល្បឿននៃទូកត្រង់ចំនុចចាប់ផ្តើម

ខ. កំនត់ល្បឿននៃទូកខណៈ  $t = 3mn$  ។

### ដំណោះស្រាយ

ក. រកល្បឿននៃទូកត្រង់ចំនុចចាប់ផ្តើម

ដោយ  $S(t) = t^3 + 60t$  នោះយើងបាន

$$V(x) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 60$$

ល្បឿននៃទូកត្រង់ចំនុចចាប់ផ្តើមត្រូវនឹងខណៈ  $t = 0$

$$\Rightarrow V(0) = 60m / mn$$

ខ. កំនត់ល្បឿននៃទូកខណៈ  $t = 3mn$

ដោយ  $V(x) = \frac{ds}{dt} = 3t^2 + 60$  នោះចំពោះ  $t = 3mn$  គេបាន

$$V(3) = 3(3)^2 + 60 = 87m / mn$$

ដូចនេះ ល្បឿននៃទូកខណៈ  $t = 3mn$  គឺ  $V(3) = 87m / mn$

5. រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរដោយល្បឿនដែលតាងដោយអនុគមន៍  $V(t) = \frac{100t}{t+15} m/s$  ។

កំណត់សន្ទុះនៃរថយន្តខណៈពេល

ក.  $t=5s$

ខ.  $t=10s$

គ.  $t=20s$

### ដំណោះស្រាយ

យើងមាន  $V(t) = \frac{100t}{t+15} m/s$

$$\Rightarrow a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{100(t+15) - 100t}{(t+15)^2} = \frac{1500}{(t+15)^2}$$

ក.  $t=5s$  នោះយើងបាន

$$\Rightarrow a(5) = \frac{1500}{20^2} = 3.75 m/s^2$$

ខ.  $t=10s$  នោះយើងបាន

$$\Rightarrow a(10) = \frac{1500}{25^2} = 2.4 m/s^2$$

គ.  $t=20s$  នោះយើងបាន

$$\Rightarrow a(20) = \frac{1500}{35^2} = 1.22 m/s^2$$

6. រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរដោយល្បឿនដែល  $t$  វិនាទីតាងដោយអនុគមន៍

$$V(t) = \frac{22t}{0.44t+3.3} \text{ ម៉ែត្រក្នុងមួយវិនាទី ។}$$

កំណត់សំទុះរបស់រថយន្តនៅខណៈពេល

ក. 5វិនាទី

ខ. 10វិនាទី

គ. 20វិនាទី

ឃ. 30វិនាទី

### ដំណោះស្រាយ

កំណត់សំទុះរបស់រថយន្តនៅខណៈពេល

យើងមាន  $V(t) = \frac{22t}{0.44t+3.3}$

$$\Rightarrow a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{22(0.44t+3.3) - 22t \times 0.44}{(0.44t+3.3)^2} = \frac{72.6}{(0.44t+3.3)^2}$$

ក. 5វិនាទី

$$\Rightarrow a(5) = \frac{72.6}{(0.44 \times 5 + 3.3)^2} = 2.4 m/s^2$$

ខ. 10វិនាទី

$$\Rightarrow a(10) = \frac{72.6}{(0.44 \times 10 + 3.3)^2} = 1.22 \text{ m/s}^2$$

គ. 20វិនាទី

$$\Rightarrow a(20) = \frac{72.6}{(0.44 \times 20 + 3.3)^2} = 0.49 \text{ m/s}^2$$

ឃ. 30វិនាទី

$$\Rightarrow a(30) = \frac{72.6}{(0.44 \times 30 + 3.3)^2} = 0.26 \text{ m/s}^2$$

## លំហាត់ជំពូក និងដំណោះស្រាយ

1. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $f(x) = (7x+2)^2$                       ខ.  $g(x) = (x^2-8)^{-1}$

គ.  $y = (4x^2+9x-3)^3$                     ឃ.  $f(x) = \sqrt[3]{5x^3-4}$

ង.  $g(x) = x(4-3x^2)^2$                    ច.  $y = \frac{\sqrt{5x-2}}{x^3}$

### ដំណោះស្រាយ

ក.  $f(x) = (7x+2)^2$

$$f'(x) = 2(7x+2)'(7x+2) = 14(7x+2)$$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 14(7x+2)$

ខ.  $g(x) = (x^2-8)^{-1} \Rightarrow g'(x) = -(x^2-8)'(x^2-8)^{-2} = -2x(x^2-8)^{-2}$

ដូចនេះ:  $g'(x) = -2x(x^2-8)^{-2}$

គ.  $y = (4x^2+9x-3)^3 \Rightarrow y' = 3(4x^2+9x-3)'(4x^2+9x-3)^2 = (24x+27)(4x^2+9x-3)^2$

ដូចនេះ:  $y' = (24x+27)(4x^2+9x-3)^2$

ឃ.  $f(x) = \sqrt[3]{5x^3-4}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}(5x^3-4)'(5x^3-4)^{\frac{1}{3}-1} = 5x^2(5x^3-4)^{-\frac{2}{3}}$$

ដូចនេះ:  $f'(x) = 5x^2(5x^3-4)^{-\frac{2}{3}}$

ង.  $g(x) = x(4-3x^2)^2$

$$\begin{aligned} \Rightarrow g'(x) &= (x)'(4-3x^2)^2 + 2x(4-3x^2)'(4-3x^2) \\ &= (4-3x^2)^2 - 12x^2(4-3x^2) = (4-3x^2)(-15x^2+4) \end{aligned}$$

ដូចនេះ:  $g'(x) = (4-3x^2)(-15x^2+4)$

ថ.  $y = \frac{\sqrt{5x-2}}{x^3}$

$$y' = \frac{\frac{1}{2}x^3(5x-2)'(5x-2)^{\frac{1}{2}-1} - 3x^2\sqrt{(5x-2)}}{x^6} = \frac{\frac{5x^3}{2\sqrt{(5x-2)}} - 3x^2\sqrt{(5x-2)}}{x^6} = \frac{5x-6(5x-2)}{x^4\sqrt{(5x-2)}} = \frac{-25x+12}{x^4\sqrt{(5x-2)}}$$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{-25x+12}{x^4\sqrt{(5x-2)}}$

2. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $y = x^3 \sin 2x$

ខ.  $y = 3x^3 - x \cos 3x$

គ.  $y = -x \cos(4-3x^2)$

ឃ.  $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

ង.  $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2-1}$

ច.  $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

### ដំណោះស្រាយ

ក.  $y = x^3 \sin 2x$

$$\Rightarrow y' = 3x^2 \sin 2x + 2x^3 \cos 2x = x^2(3 \sin 2x + 2x \cos 2x)$$

ដូចនេះ:  $y' = x^2(3 \sin 2x + 2x \cos 2x)$

ខ.  $y = 3x^3 - x \cos 3x \Rightarrow y' = 9x^2 - \cos 3x + 3x \sin 3x$

ដូចនេះ:  $y' = 9x^2 - \cos 3x + 3x \sin 3x$

គ.  $y = -x \cos(4-3x^2)$

$$\Rightarrow y' = -\cos(4-3x^2) + (4-3x^2)' \sin(4-3x^2) = -[\cos(4-3x^2) + 6x \sin(4-3x^2)]$$

ដូចនេះ:  $y' = -[\cos(4-3x^2) + 6x \sin(4-3x^2)]$

ឃ.  $f(x) = \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2(\sin^2 3x)' - 2x(\sin^2 3x)}{x^4} = \frac{6x \cos 3x \sin 3x - 2(\sin^2 3x)}{x^3} = \frac{3x \sin 6x - 2 \sin^2 3x}{x^3}$$

ដូចនេះ:  $f'(x) = \frac{3x \sin 6x - 2 \sin^2 3x}{x^3}$

ង.  $f(x) = \frac{\tan 2x}{x^2 - 1}$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(\tan 2x)'(x^2 - 1) - (x^2 - 1)'(\tan 2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{\frac{2(x^2 - 1)}{\cos^2 2x} - 2x(\tan 2x)}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2(x^2 - 1) - x \sin 4x}{(x^2 - 1)^2 \cos^2 2x}$$

ដូចនេះ:  $f'(x) = \frac{2(x^2 - 1) - x \sin 4x}{(x^2 - 1)^2 \cos^2 2x}$

ច.  $f(x) = \cos(\sin^2 3x)$

$$f'(x) = -(\sin^2 3x)' \sin(\sin^2 3x) = -6 \cos 3x \sin 3x \sin(\sin^2 3x) \\ = -3 \sin 6x \sin(\sin^2 3x)$$

ដូចនេះ:  $f'(x) = -3 \sin 6x \sin(\sin^2 3x)$

3. គណនាដេរីវេទី២នៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក.  $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 8$       ខ.  $f(x) = x^4 + 6x^{\frac{3}{2}} - 9$

គ.  $f(x) = (2x^2 + 7)^{\frac{2}{3}}$       ឃ.  $f(x) = 5x + \frac{2}{x+1}$

ង.  $f(x) = x^2 - \frac{14}{x-2}$       ច.  $f(x) = \frac{7x+2}{x^3}$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $f(x) = x^3 - 4x^2 - x + 8$

គេបាន  $f'(x) = 3x^2 - 8x - 1$  និង  $f''(x) = 6x - 8$

ដូចនេះ:  $f''(x) = 6x - 8$

ខ.  $f(x) = x^4 + 6x^{\frac{3}{2}} - 9$

គេបាន  $f'(x) = 4x^3 + 9x^{\frac{3}{2}-1} = 4x^3 + 9x^{\frac{1}{2}}$  និង  $f''(x) = 12x^2 + \frac{9}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

ដូចនេះ:  $f''(x) = 12x^2 + \frac{9}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

គ.  $f(x) = (2x^2 + 7)^{\frac{2}{3}}$

គេបាន  $f'(x) = \frac{2}{3}(2x^2 + 7)'(2x^2 + 7)^{\frac{2}{3}-1} = \frac{8}{3}x(2x^2 + 7)^{-\frac{1}{2}}$

និង  $f''(x) = -\frac{8}{3}x(2x^2 + 7)^{-\frac{3}{2}}$

ដូចនេះ:  $f''(x) = -\frac{8}{3}x(2x^2 + 7)^{-\frac{3}{2}}$

ឃ.  $f(x) = 5x + \frac{2}{x+1}$

គេបាន  $f'(x) = 5 - \frac{2}{(x+1)^2}$  និង  $f''(x) = \frac{4}{(x+1)^3}$

ដូចនេះ:  $f''(x) = \frac{4}{(x+1)^3}$

ង.  $f(x) = x^2 - \frac{14}{x-2}$

គេបាន  $f'(x) = 2x + \frac{14}{(x-2)^2}$  និង  $f''(x) = 2 - \frac{28}{(x-2)^3}$

ដូចនេះ:  $f''(x) = 2 - \frac{28}{(x-2)^3}$

ច.  $f(x) = \frac{7x+2}{x^3}$

គេបាន  $f(x) = 7x^{-2} + 2x^{-3} \Rightarrow f'(x) = -14x^{-3} - 6x^{-4}$  និង  $f''(x) = 42x^{-4} + 24x^{-5}$

ដូចនេះ:  $f''(x) = 42x^{-4} + 24x^{-5}$



4. រក  $y'$  ជាអនុគមន៍នៃ  $x$  និង  $y$

ក.  $x^3 + y^3 = 5$

ខ.  $xy^2 = -1$

គ.  $x - \sqrt{y} = 2$

ឃ.  $2y + \sqrt{xy} = 5x^2$

ង.  $x^2 + 4(y+3)^2 = 9$

ច.  $x^3y + xy^3 = 3x^3$

**ដំណោះស្រាយ**

ក.  $x^3 + y^3 = 5$

គេបាន  $3x^2 + 3y'y^2 = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x^2}{y^2}$

ដូចនេះ:  $y' = -\frac{x^2}{y^2}$

ខ.  $xy^2 = -1$

គេបាន  $y^2 + 2xy'y = 0 \Rightarrow y' = -\frac{y}{2x}$

ដូចនេះ:  $y' = -\frac{y}{2x}$

គ.  $x - \sqrt{y} = 2$

គេបាន  $1 - \frac{y'}{2\sqrt{y}} = 0 \Rightarrow y' = 2\sqrt{y}$

ដូចនេះ:  $y' = 2\sqrt{y}$

ឃ.  $2y + \sqrt{xy} = 5x^2$

គេបាន  $2y' + \frac{(xy)'}{2\sqrt{xy}} = 10x \Leftrightarrow 2y' + \frac{y + xy'}{2\sqrt{xy}} = 10x \Rightarrow y' = \frac{20x\sqrt{xy} - y}{4\sqrt{xy} + x}$

ដូចនេះ:  $y' = \frac{20x\sqrt{xy} - y}{4\sqrt{xy} + x}$

ង.  $x^2 + 4(y+3)^2 = 9$

គេបាន  $2x + 4(y+3)'(y+3) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y'(y+3) = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{2(y+3)}$

ដូចនេះ: 
$$y' = -\frac{x}{2(y+3)}$$

ថ.  $x^3y + xy^3 = 3x^3$

គេបាន  $3x^2y + x^3y' + y^3 + 3xy'y^2 = 9x^2 \Rightarrow y' = -\frac{(3x^2y - 9x^2 + y^3)}{(x^3 + 3xy^2)}$

ដូចនេះ: 
$$y' = \frac{9x^2 - y^3 - 3x^2y}{x^3 + 3y^2x}$$

5. រក  $y'$  និង  $y''$  ជាអនុគមន៍នៃ  $x$  និង  $y$

ក.  $x^2 + xy = 5$

ខ.  $x^2y^2 - 2x = 3$

គ.  $x^2 - y^2 = 16$

ឃ.  $1 - xy = x - y$

ង.  $y^2 = x^3$

ច.  $y^2 = 4x$

### ដំណោះស្រាយ

រក  $y'$  និង  $y''$  ជាអនុគមន៍នៃ  $x$  និង  $y$

ក.  $x^2 + xy = 5$

គេបាន  $2x + y + xy' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{(2x + y)}{x}$

$\Leftrightarrow 2 + y' + y' + xy'' = 0 \Rightarrow y'' = \frac{2 + 2y'}{x} = \frac{2 - 2\frac{(2x + y)}{x}}{x} = \frac{2(x + y)}{x^2}$

ដូចនេះ: 
$$y'' = \frac{2(x + y)}{x^2}$$

ខ.  $x^2y^2 - 2x = 3$

គេបាន  $2xy^2 + 2x^2y'y - 2 = 0 \Rightarrow y' = -\frac{(2xy^2 - 2)}{2x^2y} = \frac{1}{x^2y} - \frac{y}{x}$

$\Rightarrow y'' = -\frac{(2xy + x^2y')}{x^4y^2} - \frac{(xy' - y)}{x^2} = -\frac{2}{x^3y} - \frac{y'}{x^2y^2} - \frac{y'}{x} + \frac{y}{x^2}$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\frac{2}{x^3y} - \frac{y}{x^2}\right) - \frac{\left(\frac{1}{x^2y} - \frac{y}{x}\right) \left(\frac{1}{x^2y} - \frac{y}{x}\right)}{x^2y^2} = -\left(\frac{2}{x^3y} - \frac{y}{x^2}\right) - \frac{(xy^2+1)(1-xy^2)}{x^2y^2 \cdot x^2y} \\
 &= \frac{xy^2-2}{x^3y} - \frac{(1-x^2y^4)}{x^4y^3} = \frac{x^2y^4-2xy^2-1+x^2y^4}{x^4y^3} = \frac{2x^2y^4-2xy^2-1}{x^4y^3}
 \end{aligned}$$

ដូចនេះ: 
$$y'' = \frac{2x^2y^4 - 2xy^2 - 1}{x^4y^3}$$

គ.  $x^2 - y^2 = 16$

គេបាន  $2x - 2y'y = 0 \Rightarrow y' = \frac{x}{y}$

ហើយ  $y'' = \frac{y - y'x}{y^2} = \frac{y - x \cdot \frac{x}{y}}{y^2} = \frac{y^2 - x^2}{y^3}$

ដូចនេះ: 
$$y'' = \frac{y^2 - x^2}{y^3}$$

ឃ.  $1 - xy = x - y$

គេបាន  $y - xy' = 1 - y' \Rightarrow y' = \frac{1-y}{1-x}$

ហើយ  $y'' = \frac{y'(1-x) + (1+y)}{(1-x)^2} = \frac{\frac{1+y}{1-x}(1-x) + (1+y)}{(1-x)^2} = \frac{2(1+y)}{(1-x)^2}$

ដូចនេះ: 
$$y'' = \frac{2(1+y)}{(1-x)^2}$$

ង.  $y^2 = x^3$

គេបាន  $2y'y = 3x^2 \Rightarrow y' = \frac{3x^2}{2y}$

$\Leftrightarrow 2y''y + 2y'y' = 6x \Rightarrow y'' = \frac{3x - (y')^2}{y}$

$$y'' = \frac{3x - \left(\frac{3x^2}{2y}\right)^2}{y} = \frac{12xy^2 - 9x^4}{2y^3}$$

ដូចនេះ:  $y'' = \frac{12xy^2 - 9x^4}{2y^3}$

ច.  $y^2 = 4x$

គេបាន  $2y'y = 4 \Rightarrow y' = \frac{2}{y}$

$$\Rightarrow y'' = -\frac{2y'}{y^2} = -\frac{2 \cdot \frac{2}{y}}{y^2} = -\frac{4}{y^3} = -\frac{4}{4xy} = -\frac{1}{xy}$$

ដូចនេះ:  $y'' = -\frac{1}{xy}$

6. ត្រីកោណសមបាទ  $ABC$  មួយមានបរិមាត្រ  $2p$  វិលជុំវិញកំពស់ដែល គូសចេញពីកំពូល  $A$  កំណត់បានសូលីតមួយដែលមាន មាឌធំបំផុត។

គណនារង្វាស់ជ្រុង និង កំពស់នៃត្រីកោណសមបាទនោះ?

**ដំណោះស្រាយ**

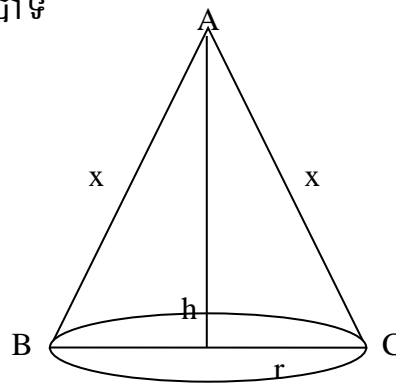
គណនារង្វាស់ជ្រុង និង កំពស់នៃត្រីកោណសមបាទ

$AB = AC = x$

និង  $AH = h$  ដែល  $x > 0; h > 0$

គេបាន  $2p = x + x + BC$

ឬ  $BC = 2(p - x)$  .



ត្រីកោណសមបាទ  $ABC$  វិលជុំវិញកំពស់  $AH$

បង្កើតបានជាសូលីតបរិវត្តន៍មួយគឺជាកោណដែលមានកំពស់  $AH$

ជ្រុងទ្រូត  $AB = AC$  និងថាសបាទជារង្វង់

មានកាំ  $BH = HC = \frac{BC}{2} = p - x$

យក  $V$  ជាមាឌកោណនិង  $S$  ជាផ្ទៃថាសបាទ

យើងបាន  $V = \frac{1}{3}S \times h$

ដោយ  $S = \pi(p-x)^2$

ក្នុងត្រីកោណគេមាន  $AB^2 = AH^2 + HB^2$

គេទាញបាន  $h^2 = x^2 - (p-x)^2 = 2px - p^2$

នាំឲ្យ  $h = \sqrt{2px - p^2}$  ដែល  $2px - p^2 > 0$  ឬ  $x > \frac{p}{2}$  .

គេបាន  $V = \frac{\pi}{3}(p-x)^2 \sqrt{(2px - p^2)}$

យើងបាន  $V' = \frac{\pi p}{3} \cdot \frac{5x^2 - 8px + 3p^2}{\sqrt{(2px - p^2)}}$

បើ  $V' = 0 \Rightarrow x_1 = p; x_2 = \frac{3p}{5}$

$x$	$\frac{p}{2}$	$\frac{3p}{5}$	$p$
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	អតិបរិមា		

តាមតារាងអថេរភាពខាងលើជាមួយលក្ខខ័ណ្ឌកំនត់ គេបាន

$x = \frac{3p}{5}$  ជាតំលៃដែលធ្វើឲ្យ  $V$  មានតំលៃអតិបរិមា

ចំពោះ  $x = \frac{3p}{5} \Rightarrow BC = 2\left(p - \frac{3p}{5}\right) = \frac{4p}{5}$

ហើយ  $AH = h = \sqrt{2px - p^2} = \sqrt{\frac{6p^2}{5} - p^2} = \frac{p\sqrt{5}}{5}$

ដូចនេះ:  $AB = AC = \frac{3p}{5}; BC = \frac{4p}{5}; AH = \frac{p\sqrt{5}}{5}$

7. រថយន្តមួយចាប់ផ្តើមចេញដំណើរពីចំណុចត្រួតពិនិត្យមួយ ។ នៅខណៈ  $t$  វិនាទីរថយន្តនោះ ឃ្លាតពីចំណុចត្រួតពិនិត្យដែលតាង ដោយអនុគមន៍ចំងាយចរ  $S(t) = 4.4t^2$  គិតជាម៉ែត្រហើយ  $0 \leq t \leq 10$  ។ ប្រើអនុគមន៍ខាងលើ រួចបំពេញតារាងខាងក្រោម

$t$	0	2	4	6	8	10
$S(t)$						
$V(t)$						
$a(t)$						

**ដំណោះស្រាយ**

បំពេញតារាង

គេមាន  $S(t) = 4.4t^2$  គិតជាម៉ែត្រ ហើយ  $0 \leq t \leq 10$

គេបាន  $V(t) = S'(t) = 8.8$  ម៉ែ

$t$	0	2	4	6	8	10
$S(t)$	0	17.6	70.4	158.4	281.6	440
$V(t)$	0	17.6	35.2	52.8	70.4	88
$a(t)$	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8	8.8