មេរៀនទី១: ពហុធា

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. សម្រួលកន្សោម

យើងមាន ៖ $A=x^2+xy-3y^2$, $B=2x^2-xy+4y^2$ និង $C=-3x^2+5y^2$

ក) $A-B+C$

$$A-B+C=x^2+xy-3y^2-\left(2x^2-xy+4y^2\right)-3x^2+5y^2$$
$$=x^2-2x^2-3x^2+xy+xy-3y^2-4y^2+5y^2$$
$$=-4x^2+2xy-2y^2$$

ដូច្នេះ $\boxed{A-B+C=-4x^2+2xy-2y^2}$

ខ) $A-2B+3C$

$$A-2B+3C=x^2+xy-3y^2-2\left(2x^2-xy+4y^2\right)+3\left(-3x^2+5y^2\right)$$
$$=x^2-4x^2-9x^2+xy+2xy-3y^2-8y^2+15y^2$$
$$=-12x^2+3xy+4y^2$$

ដូច្នេះ $\boxed{A-2B+3C=-12x^2+3xy+4y^2}$

គ) $3(-A+B)+2C$

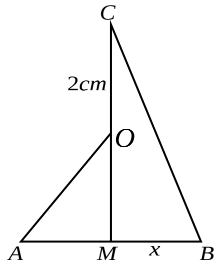
$$3(-A+B)+2C=3\left[-\left(x^2+xy-3y^2\right)+2x^2-xy+4y^2\right]+2\left(-3x^2+5y^2\right)$$
$$=3\left(-x^2+2x^2-xy-xy+3y^2+4y^2\right)-6x^2+10y^2$$
$$=3\left(x^2+7y^2-2xy\right)-6x^2+10y^2$$
$$=3x^2+21y^2-6xy-6x^2+10y^2$$
$$=-3x^2-6xy+31y^2$$

ដូច្នេះ $\boxed{3(-A+B)+2C=-3x^2-6xy+31y^2}$

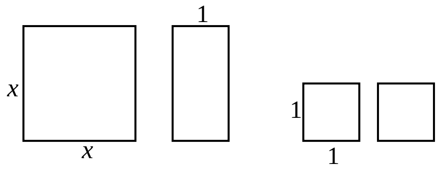
២.សរសេរពហុធាដែលតំណាងអោយផ្ទៃក្រឡា

ក) $\frac{1}{2}x\cdot 4+\frac{1}{2}x\cdot 2=2x+x$

$=3x$



ខ) $x^2+x+1+1=x^2+x+2$



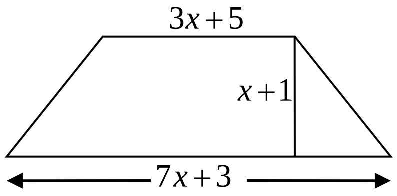
គ) $\frac{\left[(7x+3)+(3x+5)\right](x+1)}{2}$

$=\frac{(10x+8)(x+1)}{2}$

$=\frac{10x^2+10x+8x+8}{2}$

$=\frac{10x^2+18x+8}{2}$

$=5x^2+9x+4$



ឃ) $S_1=(x+2)(x+1)$

$=x^2+x+2x+2$

$=x^2+3x+2$

$S_2=\left[(x+2)+x\right](x+2)$

$=(2x+2)(x+2)$

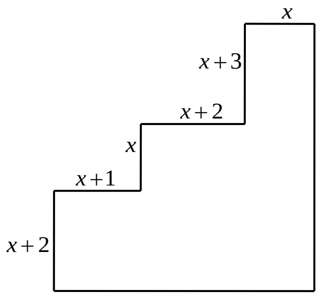
$=2x^2+4x+2x+4$

$=2x^2+6x+4$

$S_3=\left[(x+2)+x+(x+3)\right]x$

$=(3x+5)x$

$=3x^2+5x$



គេបាន $S=S_1+S_2+S_3$

$=x^2+3x+2+2x^2+6x+4+3x^2+5x$

$=6x^2+14x+6$

៣. ពន្លាតកន្សោម

ក) $(2a-3b)(4a+5b)=8a^2+10ab-12ab-15b^2$

$$=8a^2-2ab-15b^2$$

ខ) $(3x-1)(x^2+7x-5)=3x^3+21x^2-15x-x^2-7x+5$

$$=3x^3+20x^2-22x+5$$

គ) $(x+1)(x-1)(x^2+1)=(x^2-1)(x^2+1)$

$$=x^4+x^2-x^2-1$$

$$=x^4-1$$

ឃ) $(2a-b+3c)^2=(2a-b)^2+2\cdot(2a-b)\cdot 3c+(3c)^2$

$$=4a^2-4ab+b^2+6c(2a-b)+9c^2$$

$$=4a^2-4ab+b^2+12ac-6bc+9c^2$$

$$=4a^2+b^2+9c^2-4ab+12ac-6bc$$

ង) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^3=x^3-3x^2\cdot\frac{1}{3}+3x\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^3$

$$=x^3-x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{27}$$

ច) $(a-2)(a^2+2a+4)=a^3+2a^2+4a-2a^2-4a-8$

$$=a^3-8$$

៤. ពន្លាតកន្សោម

ក) $(a+b-3)(a+b+1)=a^2+ab+a+ab+b^2+b-3a-3b-3$

$$=a^2+b^2+2ab-2a-2b-3$$

ខ) $(x+y-z)(x-y+z)=x^2-xy+xz+xy-y^2+yz-xz+yz-z^2$

$$=x^2-y^2-z^2+2yz$$

គ) $(x+y)^2(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)(x^2-2xy+y^2)$

$$=x^4-2x^3y+x^2y^2+2x^3y-4x^2y^2+2y^3x+x^2y^2$$

$$=x^4+y^4-2x^2y^2$$

ឃ) $(x+2)(x-6)(x-8)(x+4)=(x^2-6x+2x-12)(x^2+4x-8x-32)$

$$=(x^2-4x-12)(x^2-4x-32)$$

$$=x^4-4x^3-32x^2-4x^3+128x-12x^2+48x+384$$

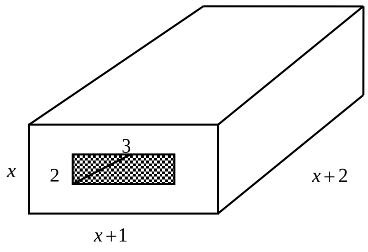
$$=x^4-8x^3-28x^2+176x+384$$

៥. គណនាផ្ទៃក្រឡាសរុប និង មាឌនៃរូបខាងក្រោម

ក) តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាសរុប

គេបាន

$$S=2[x(x+1)-2\times3]+2[x(x+2)]+2[(x+1)(x+2)]$$
$$+2[2(x+2)]+2[3(x+2)]$$
$$=2(x^2+x-6)+2(x^2+2x)+2(x^2+3x+2)$$
$$+2(2x+4)+2(3x+6)$$
$$=2x^2+2x-12+2x^2+4x+2x^2+6x+4+4x+8+6x+12$$
$$=6x^2+22x+12$$



ដូច្នេះ ផ្ទៃក្រឡាសរុប $S=6x^2+22x+12$

រកមាឌសរុប

តាង V ជាមាឌសរុប

គេបាន $V=V_2-V_1$

ដោយ $V_2=x(x+1)(x+2)=x^3+3x^2+2x$

$V_1=3\times2(x+2)=6x+12$

យើងបាន $V = x^3+3x^2+2x-6x-12 = x^3+3x^2-4x-12$

ដូច្នេះ មាឌ $V=x^3+3x^2-4x-12$

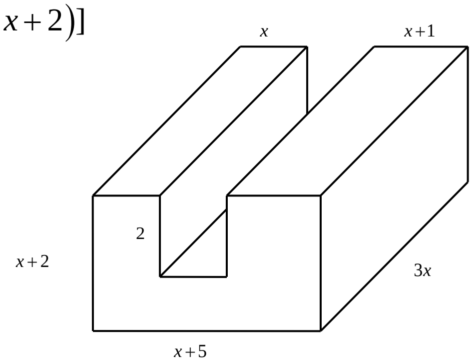
ខ) តាង S ជាផ្ទៃក្រឡាសរុប

គេបាន

$S=2[(x+2)(x+5)-2(-x+4)]+2[3x(x+2)]$
$\quad +2[3x(x+5)]+2(2\cdot 3x)$

$=14x^2+72x+4$

ដូច្នេះ $S=14x^2+72x+4$



រកមាឌសរុប

តាង V ជាមាឌសរុប

គេបាន $V=V_2-V_1$

$=3x(x+5)(x+2)-2(-x+4)3x$

$=3x^3+27x+6x$

ដូច្នេះ មាឌ $V=3x^3+27x^2+6x$

គ) តាង S ជាក្រឡាផ្ទៃសរុប

គេបាន $S=2S_1+2S_2+2S_3+2S_4+2S_5+S_6$

$=2(2x\times 2x)+2(x\times 2x)+2(x\times 2x)+2(2x\times 2x)+2(4x\times 2x)+(4x\times 2x)$

$=48x^2$

ដូច្នេះ $S=48x^2$

រកមាឌសរុប

តាង V ជាមាឌសរុប

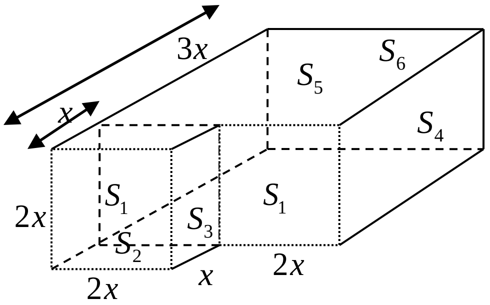
គេបាន $V=V_2-V_1$

$=(4x\times 3x\times 2x)-(2x\times 2x\times x)$

$=24x^3-4x^3$

$=20x^3$

ដូច្នេះ $V=20x^3$



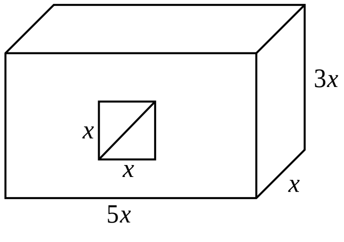
ឃ) តាង S ជាក្រឡាផ្ទៃសរុប

គេបាន $S=2(3x\times x)+2(5x\times x)+2[(5x\times 3x)-(x\times x)]+4(x\times x)$

$=6x^2+10x^2+28x^2+4x^2$

$=48x^2$

ដូច្នេះ ក្រឡាផ្ទៃសរុប $S=48x^2$



រកមាឌសរុប

តាង V ជាមាឌសរុប

គេបាន $V = V_2 - V_1$

$= (x \cdot 3x \cdot 5x) - (x \cdot x \cdot x)$

$= 14x^3$

ដូច្នេះ មាឌ $V = 14x^3$

៦. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក) $3a^2b - 18ab^2 = 3ab(a - 6b)$

ខ) $x^2 - 11x + 24 = x^2 - 3x - 8x + 24$

$= x(x-3) - 8(x-3)$

$= (x-3)(x-8)$

គ) $x(x-4) - 5 = x^2 - 4x - 5$

$= x^2 + x - 5x - 5$

$= x(x+1) - 5(x+1)$

$= (x+1)(x-5)$

ឃ) $6x^2 + 13x - 8 = 6x^2 - 3x + 16x - 8$

$= 3x(2x-1) + 8(2x-1)$

$= (2x-1)(3x+8)$

ង) $(a-3)^2 - (a-3) = (a-3)(a-3-1)$

$= (a-3)(a-4)$

ច) $x^2 - x - y^2 - y = x^2 - y^2 - x - y$

$= (x-y)(x+y) - (x+y)$

$= (x+y)(x-y-1)$

៧. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាកត្តា

ក) $(x-y)(x-y+5)+6=(x-y)^2+5(x-y)+6$

$=(x-y)^2+2(x-y)+3(x-y)+6$

$=(x-y)(x-y+2)+3(x-y+2)$

$=(x-y+2)(x-y+3)$

ខ) $a^2-2ab+b^2-9=(a-b)^2-3^2$

$=(a-b-3)(a-b+3)$

គ) $x^2-(4a-3b)x-12ab=x^2-4ax+3bx-12ab$

$=x(x-4a)+3b(x-4a)$

$=(x-4a)(x+3b)$

ឃ) $4(x-3y)^2-9(x-3y)+5=4(x-3y)^2-4(x-3y)-5(x-3y)+5$

$=4(x-3y)(x-3y-1)-5(x-3y-1)$

$=(x-3y-1)(4x-12y-5)$

ង) $(2x-3)^3-(2y-x)^3=\left[(2x-3)-(2y-x)\right]\left[(2x-3)^2+(2x-3)(2y-x)+(2y-x)^2\right]$

$=(3x-2y-3)(4x^2-12x+9+4xy-2x^2-6y+3x+4y^2-4xy+x^2)$

$=(3x-2y-3)(3x^2-9x+4y^2-6y+9)$

ច) $x^2+xy-6y^2+5x+35y-36=x^2+3xy-2xy-6y^2-4x+9x+8y+27y-36$

$=x(x+3y)-2y(x+3y)-4(x-2y)+9(x+3y-4)$

$=(x+3y)(x-2y)-4(x-2y)+9(x+3y-4)$

$=(x-2y)(x+3y-4)+9(x+3y-4)$

$=(x+3y-4)(x-2y+9)$

មេរៀនទី២: ប្រមាណវិធីចែកពហុធា

ដំណោះស្រាយលំហាត់

ធ្វើប្រមាណវិធីចែក

ក) $\left(4x^3-3x-9\right)\div\left(2x-3\right)$

$$
\begin{array}{r|l}
4x^3-3x-9 & 2x-3 \\ \cline{2-2}
-\underline{4x^3-6x^2} & 2x^2+3x+3 \\
6x^2-3x-9 & \\
-\underline{6x^2-9x} & \\
6x-9 & \\
-\underline{6x-9} & \\
0 &
\end{array}
$$

ដូច្នេះ $\left(4x^3-3x-9\right)\div\left(2x-3\right)=2x^2+3x+3$ ។

ខ) $\left(a^4+2a+5-10a^2-4a^3\right)\div\left(5a+4-a^2\right)$

$$
\begin{array}{r|l}
a^4-4a^3-10a^2+2a+5 & -a^2+5a+4 \\ \cline{2-2}
-\underline{a^4-5a^3-4a^2} & -a^2-a+1+\dfrac{a+1}{-a^2+5a+4} \\
a^3-6a^2+2a+5 & \\
-\underline{a^3-5a^2-4a} & \\
-a^2+6a+5 & \\
-\underline{-a^2+5a+4} & \\
a+1 & \\
-\underline{a+1} & \\
0 &
\end{array}
$$

ដូច្នេះ $\left(a^4+2a+5-10a^2-4a^3\right)\div\left(5a+4-a^2\right)=-a^2-a+1+\dfrac{a+1}{-a^2+5a+4}$ ។

២. រកតួចែករួមធំបំផុត និង ពហុគុណរួមតូចបំផុត

ក) $12a^2b^3c$, $18a^3bc^2$ និង $30a^4c^2$

គេមាន៖

$12a^2b^3c = 2^2 \times 3 \times a^2 \times b^3 \times c$

$18a^3bc^2 = 2 \times 3^2 \times a^3 \times b \times c^2$

$30a^4c^2 = 2 \times 3 \times 5 \times a^4 \times c^2$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុត គឺ $2 \times 3 \times a^2 \times c = 6a^2c$

ពហុគុណរួមតូចបំផុត គឺ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times a^4 \times b^3 \times c^2 = 180a^4b^3c^2$ ។

ខ) $4x^2 - 9$, $6x^2 + 7x - 3$ និង $2x^2 - 17x - 30$

គេមាន៖

$4x^2 - 9 = (2x+3)(2x-3)$

$6x^2 + 7x - 3 = (2x+3)(3x-1)$

$2x^2 - 17x - 30 = (2x+3)(x-10)$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុត គឺ $2x+3$

ពហុគុណរួមតូចបំផុត គឺ $(2x+3)(2x-3)(3x-1)(x-10)$ ។

គ) $x^2 + 7x + 10$ និង $x^2 - 25$

គេមាន៖

$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$

$x^2 - 25 = (x+5)(x-5)$

ដច្នេះ តួចែករួមធំបំផុត គឺ $x+5$

ពហុគុណរួមតូចបំផុត គឺ $(x+5)(x-5)(x+2)$ ។

ឃ) $x^2 + 3x + 2$ និង $2x^2 + x - 1$

គេមាន៖

$x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$

$2x^2 + x - 1 = (x+1)(2x-1)$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុតគឺ $x+1$

ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $(x+1)(x+2)(2x-1)$ ។

ង) $x^2 - x - 2$ និង $-x^2 - x + 2$

គេមាន ៖

$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$

$-x^2 - x + 2 = (x-1)(-x-2)$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុតគឺ 1

ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $(x+1)(x-2)(x-1)(-x-2)$ ។

ច) $x^2 + x - 6$, $x^2 + 4x + 3$ និង $x^2 + 3x$

គេមាន៖

$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2)$

$x^2 + 4 + 3 = (x+3)(x+1)$

$x^2 + 3x = x(x+3)$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុតគឺ $(x+3)$

ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $x(x+3)(x+1)(x-2)$ ។

ឆ) $a^3 - 2a^2, a^3 - 4a$ និង $a^3 - a^2 - 2a$

គេមាន៖

$a^3 - 2a^2 = a^2(a-2)$

$a^3 - 4a = a(a-2)(a+2)$

$a^3 - a^2 - 2a = a(a+1)(a-2)$

ដូច្នេះ តួចែករួមធំបំផុតគឺ $a(a-2)$

ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $a^2(a-2)(a+1)(a+2)$ ។

ជ) $(y+z)^2 - x^2$, $(z+x)^2 - y^2$ និង $(x+y)^2 - z^2$

គេមាន៖

$(y+z)^2 - x^2 = (y+z-x)(y+z+x)$

$(z+x)^2 - y^2 = (z+x-y)(z+x+y)$

$(x+y)^2 - z^2 = (x+y-z)(x+y+z)$

ដច្នេះ តួចែករួមធំបំផុត គឺ $(y+z+x)$

ពហុគុណរួមតូចបំផុតគឺ $(y+z+x)(y+z-x)(z+x-y)(x+y-z)$ ។

៣. គណនា

ក) $\frac{a-1}{a}-\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a-1}$

$$\frac{a-1}{a}-\frac{a}{a-1}+\frac{1}{a-1}=\frac{a-1}{a}+\frac{-(a-1)}{a-1}$$
$$=\frac{a-1}{a}-1$$
$$=-\frac{1}{a}$$

ខ) $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}=\frac{(x+1)(x+2)(x+3)-x(x+2)(x+3)-x(x+1)(x+3)+x(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$
$$=\frac{x^2+6x+11x+6-x^3-5x^2-6x-x^3-4x^2-3x+x^2+3x^2+2x}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$
$$=\frac{4x+6}{x(x+1)(x+2)(x+3)}$$

គ) $\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x+2}{x+1}-\frac{x^2+3}{x^2-1}$

$$\frac{2x-1}{x-1}-\frac{x+2}{x+1}-\frac{x^2+3}{x^2-1}=\frac{(2x-1)(x+1)-(x+2)(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{2x^2+x-1-x^2-x+2-x^2-3}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{-2}{(x-1)(x+1)}$$
$$=\frac{-2}{x^2-1}$$

ឃ) $\left(\frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+4}\div\frac{(a+1)^2}{a^3-8}\right)\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}$

$$\left(\frac{a^2+3a+2}{a^2+2a+4}\div\frac{(a+1)^2}{a^3-8}\right)\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}=\left[\frac{(a+1)(a+2)}{a^2+2a+4}\times\frac{(a-2)(a^2+2a+4)}{(a+1)^2}\right]\times\frac{a^2+4a+3}{a^2+a-2}$$

$$=\left[\frac{(a+2)(a-2)}{(a+1)}\right]\times\frac{(a+1)(a+3)}{(a-1)(a+2)}$$

$$=\frac{(a-2)(a+3)}{(a-1)}$$

៤. រកកន្សោមពីជគណិត

តាមសម្មត្តិកម្ម P ជាកន្សោមពីជគណិតជាអនុគមន៍នៃ x ចែកនឹង $3x^2+1$ ហើយបានផលចែក x^3-2 និងសំណល់គឺ $4x-5$

គេបាន

$$P(x)=(x^3-2)(3x^2+1)+4x-5$$
$$=3x^5+x^3-6x^2-2+4x-5$$
$$=3x^5+x^3-6x^2+4x-7$$

៥. រកកន្សោមពីជគណិត P

តាមសម្មតិកម្មៈ

$$6x^4-7x^3-4x^2+5x+3=P(2x^2-3x+1)+(-2x+5)$$
$$P(2x^2-3x+1)=6x^4-7x^3-4x^2+5x+3+2x-5$$
$$P=\frac{6x^4-7x^3-4x^2+7x-2}{2x^2-3x+1}=3x^2+x-2$$

ដូច្នេះ កន្សោមពីជគណិត P គឺ $3x^2+x-2$

ដំណោះស្រាយលំហាត់ជំពូក

កម្រិត ១

១. រកដឺក្រេនៃកន្សោមពហុធា និង កំណត់ ឯកធា ទ្វេធា ឬ ត្រីធា

ក) $-6x^3+11$ កន្សោមនេះមាន 2 តួ ដូច្នេះវាជា ទ្វេធា ស្វ័យគុណ ដែលធំជាងគេនៃ x គឺ 3 ដូច្នេះដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ 3 ។

ខ) $2x-3x^2+4$ កន្សោមនេះមាន 3 តួ ដូច្នេះវាជា ត្រីធា ស្វ័យគុណ ដែលធំជាងគេនៃ x គឺ 2 ដូច្នេះ ដឺក្រេនៃកន្សោមគឺ 2 ។

២. ធ្វើប្រមាណវិធីបូក និង ដកកន្សោមពហុធាខាងក្រោម ៖

ក) $\left(-5x^3+2x^2\right)+\left(3x^3-4x^2\right)=\left(\underline{-5}x^3+\underline{3}x^3\right)+\left(\underline{2}x^2-\underline{4}x^2\right)$

$=\underline{-2}x^3-\underline{2}x^2$

ខ) $\left(2y^2+5y-3\right)-\left(3y^2-3y+6\right)=\left(2y^2+5y-3\right)+\left(\underline{-3}y^2+\underline{3}y-\underline{6}\right)$

$=\left(\underline{2}y^2+\underline{-3}y^2\right)+\left(\underline{5}y+\underline{3}y\right)-\underline{3}-\underline{6}$

$=\underline{-1}y^2+\underline{8}y-\underline{9}$

គ) $\left(-4a^3+2a^2-5a\right)+\left(5a^3-7a^2+3a+4\right)=\underline{a^3-5a^2-2a+4}$

ឃ) $\left(13c^2-9c-6\right)-\left(8c^2+5c+4\right)=\underline{5c^2-14c-10}$

ង) $\left(6n^2+4\right)+\left(3n^3-3n^2+2n\right)=\underline{3n^3+3n^2+2n+4}$

ច) $\left(-6+5k+8k^2\right)-\left(9k^2-4k+5\right)=\underline{-k^2+9k-11}$

៣. រកចម្លើយត្រឹមត្រូវ

តាង P ជាកន្សោមពីជគណិតមួយ

ដោយគេបានសន្មតថាចំពោះប្រមាណវិធីដក $2xy-3yz+4zx$ ពីកន្សោម

ពីជគណិតមួយ នោះគេបាន: $P-(2xy-3yz+4zx)=?\quad (*)$

តែតាមកំហុស: $P+(2xy-3yz+4zx)=2yz+zx-2xy$

$$\Rightarrow \quad P=2yz+zx-2xy-2xy+3yz-4zx$$
$$=5yz-3zx-4xy \quad (1)$$

យក (1) ជំនួសក្នុង (*) គេបាន:

$$5yz-3zx-4xy-2xy+3yz-4zx=8yz-7zx-6xy$$

ដូច្នេះ ចម្លើយដែលត្រឹមត្រូវគឺ: $8yz-7zx-6xy$

៩. ដាក់កន្សោមខាងក្រោមជាផលគុណកត្តា

ក) $x^3-x^2y-30xy^2=x^3+5x^2y-6x^2y-30xy^2$
$$=x^2(x+5y)-6xy(x+5y)$$
$$=(x+5y)(x^2-6xy)$$
$$=x(x+5y)(x-6y)$$

ខ) $p^3-p^2q-pq^2+q^3=p^2(p-q)-q^2(p-q)$
$$=(p-q)(p^2-q^2)$$
$$=(p-q)(p-q)(p+q)$$

គ) $x^2+ax-bx-3ab=x^2+x(a-b)-3ab$
$$=x^2+2\cdot\frac{x}{2}(a-b)+\left(\frac{a-b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2-3ab$$
$$=\left(x-\frac{a-b}{2}\right)^2-\left(\frac{a^2-2ab+b^2+12ab}{4}\right)$$
$$=\left(x-\frac{a-b}{2}\right)^2-\left[\frac{(a+b)^2+8ab}{4}\right]$$
$$=\left(x-\frac{a-b}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{(a+b)^2+8ab}}{2}\right)^2$$
$$=\left[x-\frac{a-b}{2}-\frac{\sqrt{(a+b)^2+8ab}}{2}\right]\left[x-\frac{a-b}{2}+\frac{\sqrt{(a+b)^2+8ab}}{2}\right]$$

ឃ) $x^2y+y^2z-y^3-x^2z=y\left(x^2-y^2\right)-z\left(x^2-y^2\right)$

$=\left(x^2-y^2\right)\left(y-z\right)$

$=\left(x-y\right)\left(x+y\right)\left(y-z\right)$

ង) $\left(x^2+2x\right)^2-2\left(x^2+2x\right)-3=\left(x^2+2x\right)^2-2\cdot1\left(x^2+2x\right)+1-4$

$=\left(x^2+2x-1\right)^2-2^2$

$=\left(x^2+2x-1-2\right)\left(x^2+2x-1+2\right)$

$=\left(x^2+2x-3\right)\left(x^2+2x+1\right)$

$=\left(x-1\right)\left(x+3\right)\left(x+1\right)^2$

ច) $9x^4-34x^2y^2+25y^2=9x^4-9x^2y^2-25x^2y^2+25y^4$

$=9x^2\left(x^2-y^2\right)-25y^2\left(x^2-y^2\right)$

$=\left(x^2-y^2\right)\left(9x^2-25y^2\right)$

$=\left(x-y\right)\left(x+y\right)\left(3x-5y\right)\left(3x+5y\right)$

ឆ) $x^2-2\left(a-1\right)x-2a+1=f\left(x\right)$

$\Delta'=\left(a-1\right)^2+\left(2a-1\right)$

$=a^2-2a+1+2a-1$

$=a^2$

នោះ $x_1=a-1-a=-1$; $x_2=a-1+a=2a-1$

ដូច្នេះ $f\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(x-2a+1\right)$

ជ) $x^2+3xy-5x+2y^2-7y+6=x^2+x\left(3y-5\right)+2y^2-4y-3y+6$

$=x^2+x\left(3y-5\right)+\left(2y-3\right)\left(y-2\right)$

$=\left(x+2y-3\right)\left(x+y-2\right)$

៥. រកតម្លៃនៃចំនួនថេរ a

យើងមាន $\dfrac{x^3+ax^2+x+2-a}{x^2+2x-1}=x+a-2+\dfrac{(6-2a)x}{x^2+2x-1}$

ដើម្បីអោយកន្សោមពីជគណិត $x^3+ax^2+x+2-a$ ចែកដាច់នឹង x^2+2x-1

លុះត្រាតែ:

$(6-2a)=0$

$\Rightarrow \quad a=3$

ដូច្នេះ $a=3$

៦. រកតម្លៃនៃ $\dfrac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}$

គេមាន $a^n=3$

យើងបាន $\dfrac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}=\dfrac{(a^n)^2-\frac{1}{a^n}}{(a^n)^2+\frac{1}{a^n}}$

$=\dfrac{9-\frac{1}{3}}{9+\frac{1}{3}}=\dfrac{13}{14}$

ដូច្នេះ តម្លៃនៃ $\dfrac{a^{2n}-a^{-n}}{a^{2n}+a^{-n}}=\dfrac{13}{14}$

កម្រិត ២

១. បង្ហាញសមភាព $\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}$

លើកអង្គទាំងពីរជាការេ គេបាន

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}\right)^2=\left(\sqrt{6+2\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{3+\sqrt{6}}\right)^2+2\sqrt{\left(3+\sqrt{6}\right)\left(3-\sqrt{6}\right)}+\left(\sqrt{3-\sqrt{6}}\right)^2=6+2\sqrt{3}$$

$$3+\sqrt{6}+2\sqrt{9-\left(\sqrt{6}\right)^2}+3-\sqrt{6}=6+2\sqrt{3}$$

$6+2\sqrt{3}=6+2\sqrt{3}$ ពិត

ដូច្នេះ

$$\boxed{\sqrt{3+\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{6}}=\sqrt{6+2\sqrt{3}}}$$

២. ប្រៀបធៀប $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ និង $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$

តាង $A=\frac{7}{3-\sqrt{2}}$, $B=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ គេយក

$$A-B=\frac{7}{3-\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}-2}$$

$$=\frac{7\left(\sqrt{5}-2\right)-\left(3-\sqrt{2}\right)}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}$$

$$=\frac{7\sqrt{5}-14-3+\sqrt{2}}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}$$

$$=\frac{7\sqrt{5}+\sqrt{2}-17}{\left(3-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-2\right)}>0$$

ព្រោះ $7\sqrt{5}+\sqrt{2}>17$, $3-\sqrt{2}>0$, $\sqrt{5}-2>0$

គេបាន $A>B$

ដូច្នេះ

$$\boxed{\frac{7}{3-\sqrt{2}}>\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$$

៣. រកតម្លៃនៃកន្សោមខាងក្រោម

ក) $x-\frac{1}{x}$

គេមាន $x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

គេបាន $x-\frac{1}{x}=\frac{3+\sqrt{13}}{2}-\frac{1}{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}$

$=\frac{3+\sqrt{13}}{2}-\frac{2}{3+\sqrt{13}}$

$=\frac{3+\sqrt{13}}{2}-\frac{2\left(3-\sqrt{13}\right)}{9-13}$

$=\frac{3+\sqrt{13}}{2}-\frac{6-2\sqrt{13}}{-4}$

$=\frac{2\left(3+\sqrt{13}\right)+6-2\sqrt{13}}{4}$

$=3$

ខ) $x^2+\frac{1}{x^2}$

តាម ក) យើងមាន

$$x-\frac{1}{x}=3$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=9$$

$$x^2-2x\cdot\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=9$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=9+2$$

$$x^2+\frac{1}{x^2}=11$$

ដូច្នេះ $x^2+\frac{1}{x^2}=11$

គ) $x^3-\frac{1}{x^3}$

តាមសំនួរ ក) គេមាន $x-\frac{1}{x}=3$

លើកអង្គទាំងពីរជាគូប យើងបាន

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^3=27$$

$$x^3-3x^2\cdot\frac{1}{x}+3x\cdot\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}=27$$

$$x^3-\frac{1}{x^3}-3x+\frac{3}{x}=27$$

$$x^3-\frac{1}{x^3}-3\left(x-\frac{1}{x}\right)=27$$

$$x^3-\frac{1}{x^3}-3\cdot 3=27$$

$$x^3-\frac{1}{x^3}=36$$

ដូច្នេះ $x^3-\frac{1}{x^3}=36$

៤. រកចំនួនសនិទាន a និង b ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\frac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}=a+b\sqrt{5}$

គេបាន $a+b\sqrt{5}=\frac{40+17\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}$

$$a+b\sqrt{5}=\frac{\left(40+17\sqrt{5}\right)\left(2-\sqrt{5}\right)}{4-5}$$

$$a+b\sqrt{5}=\frac{80-40\sqrt{5}+34\sqrt{5}-85}{-1}$$

$$a+b\sqrt{5}=-\left(-6\sqrt{5}-5\right)$$

$$a+b\sqrt{5}=6\sqrt{5}+5$$

$$a+b\sqrt{5}=5+6\sqrt{5}$$

ដូច្នេះ $a=5$, $b=6$

៥. រកតម្លៃនៃ a និង កន្សោមពីជគណិត P

តាមសម្មតិកម្ម $\frac{x^3}{x+1}-P=\frac{a}{x+1}$

$$\frac{x^3(x+1)}{x+1}-P(x+1)=a$$

$$x^3-P(x+1)=a$$

ដោយ a ជាចំនួនថេរ នោះគេបាន $P=x^2-x+1$

យើងបាន $x^3-\left(x^2-x+1\right)(x+1)=a$

$x^3-(x^3+1)=a$

$-1=a$

ដូច្នេះ $a=-1$, $P=x^2-x+1$

៦. គណនាកន្សោមខាងក្រោម ៖

ក) $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$

យើងមាន $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$

$(b+c-a)^2=a^2+b^2+c^2+2bc-2ab-2ac$

$(c+a-b)^2=a^2+b^2+c^2+2ac-2bc-2ab$

$(a+b-c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$

គេបាន $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2=4(a^2+b^2+c^2)$

ដូច្នេះ $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2=4(a^2+b^2+c^2)$ ។

ខ) $\dfrac{x-z}{(y-z)(x-y)}-\dfrac{y-z}{(x-y)(z-x)}+\dfrac{x-y}{(z-x)(y-z)}$

$=\dfrac{(x-z)(z-x)-(y-z)(y-z)+(x-y)(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{zx-x^2-z^2+zx-y^2+yz+yz-z^2+x^2-xy-xy+y^2}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{-2z^2+2zx+2yz-2xy}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{-2z(z-x)+2y(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{(z-x)(-2z+2y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{2(z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$

$=\dfrac{2}{x-y}$

គ) $\dfrac{a^2-bc}{(a+b)(c+a)}+\dfrac{b^2-ca}{(b+c)(a+b)}+\dfrac{c^2-ab}{(c+a)(b+c)}$

$$=\frac{(a^2-bc)(b+c)+(b^2-ca)(c+a)+(c^2-ab)(a+b)}{(a+b)(c+a)(b+c)}$$

$$=\frac{a^2b+a^2c-b^2c-bc^2+b^2c+ab^2-ac^2-a^2c+ac^2+bc^2-a^2b-ab^2}{(a+b)(c+a)(b+c)}$$

$$=0$$

ដូច្នេះ $\frac{a^2-bc}{(a+b)(c+a)}+\frac{b^2-ca}{(b+c)(a+b)}+\frac{c^2-ab}{(c+a)(b+c)}=0$

៧. ដាក់ជាផលគុណកត្តានៃកន្សោមខាងក្រោម ៖

ក) $x^3(x-1)+11x^2(x-1)-42x(x-1)$

$=x(x-1)(x^2+11x-42)$

$=x(x-1)(x^2-3x+14x-42)$

$=x(x-1)[x(x-3)+14(x-3)]$

$=x(x-1)(x-3)(x+14)$

ខ) $x^3(2x-1)+4x^2(2x-1)-21x(2x-1)$

$=x(2x-1)(x^2+4x-21)$

$=x(2x-1)(x^2-3x+7x-21)$

$=x(2x-1)[x(x-3)+7(x-3)]$

$=x(2x-1)(x-3)(x+7)$

គ) $x^4(x^2-25)-10x^2(x^2-25)-9(x^2-25)$

$=(x^2-25)(x^4-10x^2-9)$

$=(x-5)(x+5)(x^4-10x^2-9)$

ឃ) $3x^4(y^2-4)+7x^2(y^2-4)-6(y^2-4)$

$=(y^2-4)(3x^4+7x^2-6)$

$=(y-2)(y+2)(3x^4+9x^2-2x^2-6)$

$=(y-2)(y+2)[3x^2(x^2+3)-2(x^2+3)]$

$=(y-2)(y+2)(x^2+3)(3x^2-2)$

ង) $2x^2y^2(xy+1)+3xy(xy+1)-9(xy+1)$

$=(xy+1)(2x^2y^2+3xy-9)$

$=(xy+1)(2x^2y^2+6xy-3xy-9)$

$=(xy+1)[2xy(xy+3)-3(xy+3)]$

$=(xy+1)(xy+3)(2xy-3)$

ច) $2x^2(2-y)+xy(2-y)-10y^2(2-y)$

$=(2-y)(2x^2+xy-10y^2)$

$=(2-y)(2x^2-4xy+5xy-10y^2)$

$=(2-y)[2x(x-2y)+5y(x-2y)]$

$=(2-y)(x-2y)(2x+5y)$

៨. ក) បំបាត់រ៉ាឌីកាល់នៃកន្សោម $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ ហើយសម្រួល

គេបាន $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=\sqrt{16-8\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}$

$=\sqrt{4^2-2\cdot4\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}$

$=\sqrt{(4-\sqrt{3})^2}$

$=4-\sqrt{3}$

ដូច្នេះ $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=4-\sqrt{3}$

ខ) ចូររកតម្លៃ $\frac{1}{b}-a$

តាមសម្មតិកម្ម a ជាចំនួនគត់ ; $0\le b<1$

គេមាន $a+b=\sqrt{19-8\sqrt{3}}$

$a+b=4-\sqrt{3}$

$=2+2-\sqrt{3}$

គេបាន $a=2$; $b=2-\sqrt{3}$ ព្រោះ a ជាចំនួនគត់ ; $0\le b<1$

គេបាន $\frac{1}{b}-a=\frac{1}{2-\sqrt{3}}-2$

$=\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-3}-2$

$=\sqrt{3}$

៩. រកកន្សោមពីជគណិត

តាង $P(x)$ និង $Q(x)$ ជាកន្សោមពីជគណិតដែលត្រូវរក

គេមាន $3x^3+8x^2-13x-30=3x^3-6x^2+14x^2-28x+15x-30$

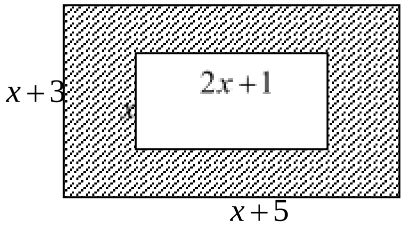
$$=3x^2(x-2)+14x(x-2)+15(x-2)$$
$$=(x-2)(3x^2+14x+15)$$
$$=(x-2)(3x^2+9x+5x+15)$$
$$=(x-2)[3x(x+3)+5(x+3)]$$
$$=(x-2)(x+3)(3x+5)$$

ដោយ $P(x)$ និង $Q(x)$ ជាកន្សោមពីជគណិតពីរដែលមានតួចែករួមធំបំផុតស្មើនឹង $x-2$ និង ពហុគុណរួមតូចបំផុតស្មើនឹង $(x-2)(x+3)(3x+5)$

នោះគេបាន $P(x)=(x-2)(x+3)$

$Q(x)=(x-2)(3x+5)$

ដូច្នេះ $P(x)=x^2+x-6$; $Q(x)=3x^2-x-10$



១០. ក) រកកន្សោមផ្ទៃនៃផ្នែកដែលឆូត

តាង S ជាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងធំ

S' ជាផ្ទៃនៃចតុកោណកែងតូច

S'' ជាផ្ទៃនៃផ្នែកដែលឆូត

យើងបាន $S=(x+3)(x+5)$

$S'=x(2x+1)$

គេបាន $S''=S-S'$

$$=(x+3)(x+5)-x(2x+1)$$
$$=x^2+8x+15-2x^2-x$$
$$=-x^2+7x+15$$

ដូច្នេះ កន្សោមផ្ទៃនៃផ្នែកដែលឆូតគឺ $S=-x^2+7x+15$ ។

ខ) រកតម្លៃ x

ដោយបរិមាត្រនៃចតុកោណកែងធំស្មើនឹង 24

គេបាន $[(x+3)+(x+5)]\times 2=24$

$$2x+8=12$$
$$x+4=6$$
$$x=2$$

ដូច្នេះ $x=2$

១១. រកប្រវែងបណ្តោយ និង ទទឹង

តាង x ជាប្រវែងទទឹងនៃចតុកោណកែង

នោះគេបាន $x+3$ ជាប្រវែងបណ្តោយនៃចតុកោណកែង

យើងបាន $S=x(x+3)$

ដោយបណ្តោយកើនឡើង ២ ម៉ែត្រ និង ទទឹងថយចុះ ១ ម៉ែត្រ នោះ

យើងបាន ផ្ទៃក្រលាស្មើគ្នា

គេបាន $x(x+3)=(x-1)(x+3+2)$

$$x^2+3x = x^2+4x-5$$
$$x = 5$$

ដូច្នេះ ទទឹងស្មើ 5 ម៉ែត្រ និង បណ្តោយស្មើ 8 ម៉ែត្រ ។

១២. រកប្រវែងបណ្តោយ និង ទទឹង

តាង x ជាប្រវែងទទឹង

គេបាន $2x$ ជាប្រវែងបណ្តោយ

យើងបាន $S=x\times 2x=2x^2$

ដោយប្រវែងបណ្តោយថយចុះ 4 ម៉ែត្រ និង ទទឹងកើនឡើង 3 ម៉ែត្រ

នោះយើងបានផ្ទៃក្រលាស្មើគ្នា

គេបាន $(2x-4)(x+3)=2x^2$

$$2x^2+2x-12=2x^2$$
$$x=6$$

ដូច្នេះ ប្រវែងបណ្តោយស្មើ 12 ម៉ែត្រ និង ប្រវែងទទឹងស្មើ 6 ម៉ែត្រ ។

១៣. រកចំនួនគត់មួយដែលតូច

តាង $n(n+1)$ ជាចំនួនគត់ពីរជាប់គ្នា

តាមសម្មតិកម្ម គេបាន $(n+1)^2-10=n(n+1)$

$$n^2+2n-9=n^2+n$$
$$n=9$$

ដូច្នេះ ចំនួនគត់មួយដែលតូច $n=9$

១៩. ក) បង្ហាញថា $\frac{P(x)}{D(x)}=Q(x)$

ដោយ $P(x)=x^2+2x-15$; $D(x)=x-3$; $Q(x)=x+5$

គេបាន $\frac{P(x)}{Q(x)}=\frac{x^2+2x-15}{x-3}$

$$=\frac{x^2-3x+5x-15}{x-3}$$

$$=\frac{x(x-3)+5(x-3)}{x-3}$$

$$=\frac{(x-3)(x+5)}{x-3}$$

$$=x+5 \quad (x\neq 3)$$

$=Q(x)$ ពិត

ដូច្នេះ $\frac{P(x)}{D(x)}=Q(x)$

ខ) បង្ហាញសមភាព

a. $\frac{P(1)}{D(1)}=Q(1)$

គេមាន $\frac{P(1)}{D(1)}=\frac{1^2+2\times1-15}{1-3}=\frac{-12}{-2}=6$

តែ $Q(1)=1+5=6$

យើងបាន $\frac{P(1)}{D(1)}=Q(1)$ ពិត

ដូច្នេះ $\frac{P(1)}{D(1)}=Q(1)$

b. $\frac{P(-2)}{D(-2)}=Q(-2)$

គេមាន $\frac{P(-2)}{D(-2)}=\frac{(-2)^2+2(-2)-15}{-2-3}=\frac{-15}{-5}=3$

តែ $Q(-2)=-2+5=3$

យើងបាន $\frac{P(-2)}{D(-2)}=Q(-2)$

ដូច្នេះ $\dfrac{P(-2)}{D(-2)} = Q(-2)$

c. $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)} = Q\left(-\frac{1}{2}\right)$

គេមាន $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)} = \dfrac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 15}{-\frac{1}{2} - 3} = \dfrac{\frac{1}{4} - 16}{-\frac{7}{2}} = \dfrac{9}{2}$

តែ $Q\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + 5 = \frac{9}{2}$

យើងបាន $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)} = Q\left(-\frac{1}{2}\right)$

ដូច្នេះ $\dfrac{P\left(-\frac{1}{2}\right)}{D\left(-\frac{1}{2}\right)} = Q\left(-\frac{1}{2}\right)$

d. $\dfrac{P(3)}{D(3)} = Q(3)$

គេមាន $\dfrac{P(3)}{D(3)} = \dfrac{3^2 + 2\cdot 3 - 15}{3-3} = \dfrac{0}{0}$

គេបាន $\dfrac{P(3)}{D(3)} = \dfrac{0}{0}$ មិនកំណត់

ដូច្នេះ $\dfrac{P(3)}{D(3)} = Q(3)$ មិនពិត ។

គ) រកលក្ខខណ្ឌ a ចំនួនពិត ដែល $\dfrac{P(a)}{D(a)} = Q(a)$

ដើម្បីអោយ $\dfrac{P(a)}{D(a)} = Q(a)$ លុះត្រាតែ

$$\frac{a^2+2a-15}{a-3}=a+5$$
$$\frac{(a-3)(a+5)}{a-3}=a+5$$
$a+5=a+5$ ពិត $(a\neq 3)$

ដូច្នេះ លក្ខខណ្ឌគឺ $a\neq 3$

១៥. រកផលចែកនៃ x^2+2x-3 នឹង $x(x-3)$

គេបាន $\frac{x^2+2x-3}{x(x-3)}=1+\frac{5x-3}{x^2-3x}$

ដូច្នេះ ផលចែក 1 និង សំណល់ $5x-3$ ។

១៦. រកផលចែក

តាមសម្មតិកម្ម $x^2+3x-2+(-2x^2+x-1)$ ចែកដាច់នឹង $x-1$

គេបាន $\frac{-x^2+4x-3}{x-1}=\frac{-x^2+x+3x-3}{x-1}$
$$=\frac{-x(x-1)+3(x-1)}{x-1}$$
$$=\frac{(x-1)(-x+3)}{x-1}$$
$$=-x+3\ ;\ (x\neq 1)$$

ដូច្នេះ ផលចែកគឺ $-x+3$

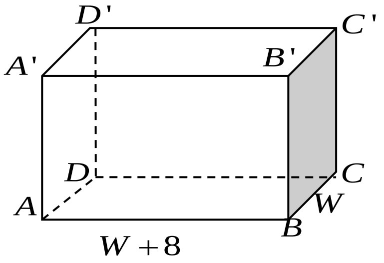
១៧. រក $P(x)$

តាមសម្មតិកម្ម ៖ $x^2-2x-3=(x+2)P(x)+5$

គេបាន
$$P(x)(x+2)=x^2-2x-3-5$$
$$P(x)(x+2)=x^2-2x-8$$
$$P(x)=\frac{x^2-2x-8}{x+2}$$
$$P(x)=\frac{x^2+2x-4x-8}{x+2}$$
$$=\frac{(x+2)(x-4)}{x+2}$$
$$=x-4\ ;\ (x\neq -2)$$

ដូច្នេះ $P(x)=x-4$

១៨. គណនាប្រវែង BB'



តាង V ជាមាឌប្រលេពីប៉ែតកែង

គេបាន $V = W(W+8)\cdot BB'$

ដោយ $V = W^3 + 10W^2 + 16W$

គេបាន $W^3 + 10W^2 + 16W = W(W+8)\cdot BB'$

$$BB' = \frac{W^3+10W^2+16W}{W(W+8)}$$

$$= \frac{W^3+10W^2+16W}{W^2+8W}$$

$$= \frac{W^3+2W^2+8W^2+16W}{W^2+8W}$$

$$= \frac{(W^2+8W)(W+2)}{W^2+8W}$$

$$= W+2$$

ដូច្នេះ $BB' = W + 2$