មេរៀនទី១: សមីការដឺក្រេទី២ មានមួយអញ្ញាត្តិ

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. គណនា

ក. $3-i-4-\sqrt{-9}=3-i-4-\sqrt{9}i=3-i-4-3i=-1-4i$

ខ. $\dfrac{-4-\sqrt{-12}}{2}=-\dfrac{4}{2}-\dfrac{\sqrt{12}i}{2}=-2-\dfrac{2\sqrt{3}i}{2}=-2-\sqrt{3}i$

គ. $\sqrt{-24}\left(\sqrt{-\dfrac{4}{9}}+\sqrt{-\dfrac{1}{4}}\right)=\sqrt{24}i\left(\sqrt{\dfrac{4}{9}}i+\sqrt{\dfrac{1}{4}}i\right)=2\sqrt{6}i\left(\dfrac{2}{3}i+\dfrac{1}{2}i\right)=2\sqrt{6}i\left(\dfrac{7}{6}i\right)=-\dfrac{7\sqrt{6}}{3}$

២. កំណត់តម្លៃ a និង b នៃសមភាព

ក. $-8+6i=a+bi$ យើងបាន $a=-8$, $b=6$

ខ. $a+bi+\left(\sqrt{4}-\sqrt{-16}\right)=-1-6i$

$\Leftrightarrow a+bi+2-4i=-1-6i$

$\Leftrightarrow a+bi=-3-2i$

យើងបាន $a=-3$, $b=-2$

គ. $(2a+1)+(2b+3)i=5+12i$

$\Leftrightarrow 2a+(3+2b)i=4+12i$

យើងបាន $\begin{cases}2a=4\\3+2b=12\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=2\\b=\dfrac{9}{2}\end{cases}$

ឃ. $\dfrac{a+bi}{3+2i}=\dfrac{8}{13}+\dfrac{12}{13i} \Leftrightarrow \dfrac{(a+bi)(3-2i)}{13}=\dfrac{8}{13}+\dfrac{12}{13i}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(3a+2b)}{13}+\dfrac{(-2a+3b)}{13}i=\dfrac{8}{13}+\dfrac{12}{13}i$

យើងបាន $\begin{cases}\dfrac{3a+2b}{13}=\dfrac{8}{13} & (1)\\ \dfrac{-2a+3b}{13}=\dfrac{12}{13} & (2)\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}3a+2b=8 & (1)\\-2a+3b=12 & (2)\end{cases}$ ឬ $\begin{cases}a=0\\b=4\end{cases}$

៣. **គណនា**

ក. $15i-(3-25i)+\sqrt{-81} \quad =15i-3+25i+9i \ =-3+49i$

ខ. $(-1+i)-\sqrt{2}-\sqrt{-2} \quad =-1+i-\sqrt{2}-\sqrt{2}i \ =-1-\sqrt{2}+\left(1-\sqrt{2}\right)i$

គ. $(3-4i)^2=9-24i-16=-7-24i$

ឃ. $(2+i)^3=8+12i-6-i=2+11i$

ង. $$\frac{2+3i}{2-3i}+\frac{i}{1-i} =\frac{(2+3i)(2+3i)}{13}+\frac{i(1+i)}{2}$$
$$=\frac{-5+12i}{13}+\frac{-1+i}{2}$$
$$=\frac{-10+24i-13+13i}{26}$$
$$=\frac{-23+37i}{26}$$
$$=-\frac{23}{26}+\frac{37}{26}i$$

ច. $$2i\left(\frac{i+1}{2i-1}-\frac{3i}{i+2}\right) =2i\left[\frac{(i+1)(2i+1)}{-5}-\frac{3i(i-2)}{-5}\right]$$
$$=2i\left(\frac{1-3i}{5}+\frac{-3-6i}{5}\right)$$
$$=2i\left(\frac{-2-9i}{5}\right)=\frac{18}{5}-\frac{4}{5}i$$

៤. **ដោះស្រាយសមីការ**

ក. $(x-1)^2-8(x-1)=0$ ឬ $(x-1)(x-9)=0 \Rightarrow x-1=0$ ឬ $x-9=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ឬ $x=9$

ខ. $\left(y+\frac{5}{8}\right)^2+\frac{49}{16}=0$ ឬ $\left(y+\frac{5}{8}\right)^2=-\frac{49}{16}$ ឬ $y+\frac{8}{5}=\pm\sqrt{-\frac{49}{16}}=\pm\frac{7}{4}i$

$\Rightarrow y = -\frac{8}{5} \pm \frac{7}{4}i$

គ. $5\sqrt{5}x^2 - 10x + \sqrt{5} = 0$

យើងមាន $\Delta' = (-5)^2 - 5\sqrt{5}\sqrt{5} = 0$

នោះយើងបាន $x_1 = x_2 = -\frac{b'}{a} = \frac{5}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

ឃ. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ ឬ $3x^2 - 4x + 5 = 0$

យើងមាន $\Delta' = (-2)^2 - 3\times 5 = -11 < 0$

នោះសមីការមានឫសជាចំនួនកុំផ្លិចពីរឆ្លាស់គ្នាគឺ $x_1 = \frac{2+\sqrt{11}i}{3}$, $x_2 = \frac{2-\sqrt{11}i}{3}$

ង. $3iy^2 - y + 2i = 0$

យើងមាន $\Delta = (-1)^2 - 4(3i)(2i) = 1 + 24 = 25 = 5^2 > 0$

យើងបាន $x_1 = \frac{1+5}{6i} = \frac{1}{i} = -i$, $x_2 = \frac{1-5}{6i} = -\frac{4}{6i} = \frac{2}{3}i$

ច. $(x-1)^2 + 4(x-1)(x-3) - 2(2x-3) = 0$

ឬ $x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - 16x + 12 - 4x + 6 = 0$ ឬ $5x^2 - 22x + 19 = 0$

យើងបាន $\Delta' = (-11)^2 - 5\times 19 = 26 > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{11+\sqrt{26}}{5}$, $x_2 = \frac{11-\sqrt{26}}{5}$

៥. ក. $\frac{\beta}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2}$

យើងមាន $\frac{\beta}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2} = \frac{\beta(1+\beta^2) + \alpha(1+\alpha^2)}{(1+\alpha^2)(1+\beta^2)}$

$$= \frac{\alpha + \beta + \alpha^3 + \beta^3}{1 + \alpha^2 + \beta^2 + (\alpha\beta)^2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta + (\alpha+\beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)}{1 + (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + (\alpha\beta)^2}$$

$$=\frac{(\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)\left[(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta\right]}{1+(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+(\alpha\beta)^2} \qquad (1)$$

តាមសមីការខាងលើ $x^2-x+8=0$

យើងមាន $S=\alpha+\beta=1$, $P=\alpha\beta=8$

នាំឲ្យ $(1)=\frac{1+1(1^2-3\times 8)}{1+1^2-2\times 8+8^2}=-\frac{22}{50}=-\frac{11}{25}$

ដូចនេះ $\frac{\beta}{1+\alpha^2}+\frac{\alpha}{1+\beta^2}=-\frac{11}{25}$

ខ. $\alpha^4+\beta^4$

យើងមាន $\alpha^4+\beta^4 =(\alpha^2)^2+(\beta^2)^2$

$$=(\alpha^2+\beta^2)^2-2\alpha^2\beta^2$$

$$=\left[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\right]^2-2(\alpha\beta)^2$$

$$=(1^2-2\times 8)^2-2\times 8^2=225-128=97$$

ដូចនេះ $\alpha^4+\beta^4=97$

៦. **ក.** គណនា $2(11-\alpha)(11-\beta)$ ដែល α , β ជាឫសនៃសមីការ

$(x-8)(x-9)+(x-10)(x-12)=0 \Leftrightarrow x^2-17x+72+x^2-22x+120=0$

ឬ $2x^2-39x+192=0$

យើងបាន $S=\alpha+\beta=\frac{39}{2}$ និង $P=\alpha\beta=\frac{192}{2}=96$

នោះ $2(11-\alpha)(11-\beta)=2\left[121-11(\alpha+\beta)+\alpha\beta\right]=2\left(121-11\times\frac{39}{2}+96\right)=5$

ដូចនេះ $2(11-\alpha)(11-\beta) \quad =5$

ខ. គណនា $(\alpha+2)(\beta+3)$ ដែល α , β ជាឫសនៃសមីការ

$x(x+1)+(x+1)(x+2)+(x+2)(x+3)+(x+3)(x+1)=0$

ឬ $x^2+x+x^2+3x+2+x^2+5x+6+x^2+4x+3=0$

ឬ $4x^2+13x+11=0$

យើងបាន $S=\alpha+\beta=-\frac{13}{4}$ និង $P=\alpha\beta=\frac{11}{4}$

នោះយើងបាន $(\alpha+2)(\beta+2)=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=\frac{11}{4}+2\left(-\frac{13}{4}\right)+4=\frac{1}{4}$

ដូចនេះ $(\alpha+2)(\beta+2)\quad=\frac{1}{4}$

៧. រកប្រវែងទទឹងផ្លូវ

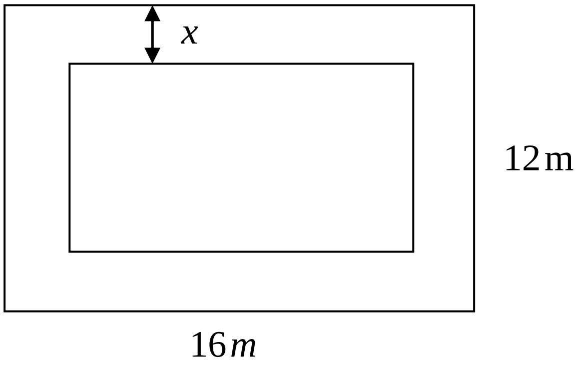
តាង x ជាប្រវែងទទឹងផ្លូវដែលត្រូវរក $(0<x<12)$

ផ្ទៃក្រលាចំការសរុបស្មើ $12\times16=192m^2$

នោះផ្ទៃដីចំការដែលនៅសល់ពីធ្វើផ្លូវគឺ

$(16-2x)(12-2x)=\frac{192}{2}$

ឬ $4x^2-56x+96=0$



$\Leftrightarrow x^2-14x+24=0$

មាន $\Delta'=49-24=25>0$

$$\Rightarrow\left[\begin{aligned}x_1&=\frac{7+5}{1}=12\\x_2&=\frac{7-5}{1}=2\end{aligned}\right.$$

តែ $0<x<12$ នោះយើងបាន ប្រវែងទទឹងផ្លូវគឺ $x=2m$

៨. **ក)** រកកម្ពស់អាគារ

ខណៈពេល $t=0$ បាល់ស្ថិតនៅលើកំពូលអាគារ

សមីការកម្ពស់បាល់គឺ $-5t^2+30t+35$

ពេល $t=0$ កម្ពស់ h គឺ $-5\times0^2+30\times0+35=35m$

ដូចនេះ កម្ពស់អាគារគឺ $35m$

ខ) រយៈពេលបាល់ទៅហួសអាគាររួចធ្លាក់មកវិញ

ពេលបាល់ទៅហួសរួចធ្លាក់មកវិញ បាល់មានកម្ពស់ $35m$

នោះ $-5t^2+30t+35=35$

ឬ $-5t^2+30t=0$

នោះគេបាន $t=0$ ឬ $t=6$

តែ $t=0$ ជារយៈពេលដែលបាល់ចេញដំណើរ។ ដូចនេះ $t=6$ ជាចម្លើយ

គ) រយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់ចុះដល់ដី

ពេលបាល់ធ្លាក់ចុះដល់ដីត្រូវនឹងកម្ពស់ $h=0$

នោះ រយៈពេលដែលបាល់ធ្លាក់ចុះដល់ដីជាឫសរបស់សមីការ $-5t^2+30t+35=0$

យើងបាន $t=-1$ ឬ $t=7$

ដូចនេះ រយៈពេលបាល់ធ្លាក់ចុះដល់ដីគឺ $t=7s$

មេរៀនទី២: ប្រព័ន្ធសមីការដឺក្រេលំដាប់ខ្ពស់

ដំណោះស្រាយលំហាត់

១. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ៖

ក $\begin{cases} x+y+z=6 & (1) \\ 3x-y-3z=0 & (2) \\ x-2y+5z=1 & (3) \end{cases}$.

យក $(1)+(2)$ យើងបាន $4x-2z=6$ ឬ $2x-z=3 \quad (i)$

យក $(3)-2(2)$ យើងបាន $-5x+11z=1 \quad (ii)$

តាម (i) និង (ii) គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} 2x-z=3 & (i) \\ -5x+11z=1 & (ii) \end{cases}$

យក $11(i)+(ii)$ គេបាន៖ $17x=34 \Rightarrow x=\frac{34}{17}=2$

គេមាន $2x-z=3 \Rightarrow z=2x-3=2(2)-3=1$

តាម (1) ៖ $x+y+z=6 \Rightarrow y=6-x-z=6-2-1=3$

$\boxed{x=2 \;;\; y=3 \;;\; z=1}$ ដូចនេះ

ខ $\begin{cases} x+y=3 & (1) \\ y+z=5 & (2) \\ z+x=6 & (3) \end{cases}$.

យក $(1)+(2)+(3)$ គេបាន៖ $2(x+y+z)=14 \Rightarrow x+y+z=7$

តាម (1) គេបាន $z=7-3=4$

តាម (2) គេបាន $x=7-5=2$

តាម (3) គេបាន $y=7-6=1$

ដូចនេះ $\boxed{x=2 \;;\; y=1 \;;\; z=4}$

គ $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=9 & (1) \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=9 & (2). \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{3}{z}=-9 & (3) \end{cases}$

តាង $a=\dfrac{1}{x}$; $b=\dfrac{1}{y}$; $c=\dfrac{1}{z}$ ដែល $x\neq 0$; $y\neq 0$; $z\neq 0$

គេបាន $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}+\dfrac{3}{z}=9 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}-\dfrac{3}{z}=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+2b+c=9 & (1) \\ a-2b+3c=9 & (2) \\ a+b-3c=-9 & (3) \end{cases}$

យក $(1)+(2)$ គេបាន $2a+4c=18 \Rightarrow a+2c=9 \quad (i)$

យក $(2)+2(3)$ គេបាន $3a-3c=-9 \Rightarrow a-c=-3 \quad (ii)$

យក $(i)-(ii)$ គេបាន $3c=12 \Rightarrow c=4$

ដោយ $a-c=-3 \Rightarrow a=c-3=4-3=1$

តាម (3) គេមាន $a+b-3c=-9 \Rightarrow b=-9-a+3c=2$

គេមាន $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=4 \end{cases}$ និង $\begin{cases} a=\dfrac{1}{x} \\ b=\dfrac{1}{y} \\ c=\dfrac{1}{z} \end{cases}$ គេបាន $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=1 \Rightarrow x=1 \\ \dfrac{1}{y}=2 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{z}=4 \Rightarrow z=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{x=1 \quad ; \quad y=\dfrac{1}{2} ; \quad z=\dfrac{1}{4}}$

ឃ $\begin{cases} 2x+y=5 & (1) \\ x^2+y^2=25 & (2) \end{cases}.$

តាម (1) គេបាន $y=5-2x$ ជំនួសក្នុង (2) គេបាន:

$$x^2+(5-2x)^2=25$$
$$\Leftrightarrow x^2+25-20x+4x^2=25$$
$$\Leftrightarrow 5x^2-20x=0$$
$$\Leftrightarrow 5x(x-4)=0$$

គេបាន $x=0$ ឬ $x=4$

តាម (1) បើ $x=0\Rightarrow y=5$ និង បើ $x=4\Rightarrow y=5-2(4)=-3$

ដូចនេះ $\boxed{\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases};\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}}$

ង $\begin{cases}3x+2y=5 & (1)\\ x^2+2xy+2y^2=5 & (2)\end{cases}$.

តាម (1) គេបាន $y=\dfrac{5-3x}{2}$ ជំនួសក្នុង (2) គេបាន

$$x^2+2x\left(\frac{5-3x}{2}\right)+2\left(\frac{5-3x}{2}\right)^2=5$$
$$\Leftrightarrow x^2+5x-3x^2+\frac{25-30x+9x^2}{2}=5$$
$$\Leftrightarrow \frac{-4x^2+10x+25-30x+9x^2}{2}=5$$
$$\Leftrightarrow 5x^2-20x+15=0$$

ដោយ $5-20+15=0$ គេបាន $x_1=1$ និង $x_2=3$

បើ $x=1\Rightarrow y=\dfrac{5-3(1)}{2}=1$ និង បើ $x=3$ គេបាន $y=\dfrac{5-3(3)}{2}=-2$

ដូចនេះ: $\boxed{\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases};\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}}$

ច $\begin{cases}3x+2y=6 & (1)\\ 9x^2-4y^2=108 & (2)\end{cases}$.

តាម (1) គេបាន $y=\dfrac{6-3x}{2}$ ជំនួសក្នុងសមីការ (2) គេបាន

$$9x^2-4\left(\frac{6-3x}{2}\right)^2=108$$

$$\Leftrightarrow 9x^2-4\left(\frac{36-36x+9x^2}{4}\right)=108$$

$$\Leftrightarrow 36x=144\Rightarrow x=4$$

ពេល $x=4\Rightarrow y=\frac{6-3(4)}{2}=-3$

ដូចនេះ $\boxed{(x=4\ ,\ y=-3)}$

២. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម៖

ក $x^3-3x^2+4x-4=0$.

តាង $f(x)=x^3-3x^2+4x-4$

ដោយ $f(2)=2^3-3(2)^2+4(2)-4=0$ គេបាន $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x-2$

គេបាន $f(x)=(x-2)(x^2-x+2)$

$f(x)=0\Rightarrow(x-2)(x^2-x+2)=0$

គេបាន $\left[\begin{array}{l}x-2=0\\x^2-x+2=0\end{array}\right.$ ឬ $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{1\pm i\sqrt{7}}{2}\end{array}\right.$

ដូចនេះ ចម្លើយរបស់សមីការគឺ $\boxed{x=2\ ;\ \ x=\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\ \ ;\ \ x=\frac{1-i\sqrt{7}}{2}}$

ខ $12x^3-8x^2-3x+2=0$.

$$12x^3-8x^2-3x+2=0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2(3x-2)-(3x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow (3x-2)(4x^2-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (3x-2)(2x-1)(2x+1)=0$$

គេបាន $\left[\begin{array}{l}3x-2=0\\2x-1=0\\2x+1=0\end{array}\right.$ គេបាន $\left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=\ \frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

$\boxed{x=\frac{2}{3}\ ;\ x=\frac{1}{2}\ ;\ x=-\frac{1}{2}}$ ដូចនេះ

គ $x^4-2x^2-15=0$.

តាង $t=x^2$ គេបានសមីការខាងលើ ក្លាយទៅជា

$t^2-2t-15=0$ គេបាន $\Delta'=1-(-15)=16$

គេបាន $t=1-4=-3$ ឬ $t=1+4=5$

បើ $t=-3=3i^2\Rightarrow x^2=3i^2\Rightarrow x=i\sqrt{3}$ ឬ $x=-i\sqrt{3}$

បើ $t=5\Rightarrow x^2=5\Rightarrow x=-\sqrt{5}$ ឬ $x=\sqrt{5}$

ដូចនេះចម្លើយរបស់សមីការគឺ $\boxed{x=\pm i\sqrt{3}\ ;\ x=\pm\sqrt{5}}$

ឃ $x^4+8x^3+9x^2-8x-10=0$.

$$x^4+8x^3+9x^2-8x-10=0$$
$$\Leftrightarrow x^4-1+8x^3-8x+9x^2-9=0$$
$$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2+1)+8x(x^2-1)+9(x^2-1)=0$$
$$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2+1+8x+9)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x^2+8x+10)=0$$

$\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x+1=0\\x^2+8x+10=0\end{array}\right.$ គេបាន នាំឲ្យ $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=-4\pm\sqrt{6}\end{array}\right.$

$\boxed{x=1\ ;\ x=-1\ ;\ x=-4\pm\sqrt{6}}$ ដូចនេះ

ង $x^4-16x^2+16=0$.

តាង $t=x^2$ គេបានសមីការខាងលើក្លាយជា

$t^2-16t+16=0$, $\Delta'=64-16=48=4^2\times 3$

$\Rightarrow t=8-4\sqrt{3}$, $t=8+4\sqrt{3}$

- $t=8-4\sqrt{3}\Rightarrow x^2=2(4-2\sqrt{3})\Rightarrow x=\pm\sqrt{2(4-2\sqrt{3})}$

$$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}\left(\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}\right)=\pm\sqrt{2}\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\pm\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)=\pm\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$$

- $t=8+4\sqrt{3}\Rightarrow x^2=8+4\sqrt{3}\Rightarrow x=\pm\sqrt{8+4\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{8+4\sqrt{3}}=\pm\sqrt{2\left(4+2\sqrt{3}\right)}=\pm\sqrt{2}\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}=\pm\sqrt{2}\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)=\pm\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$

$\boxed{x=\pm\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)\quad ;\quad x=\pm\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}$ ដូចនេះ

ច . $x(x+1)(x+2)(x+3)=24$

$x(x+1)(x+2)(x+3)=24$

$\Leftrightarrow x(x+3)(x+1)(x+2)=24$

$\Leftrightarrow \left(x^2+3x\right)\left(x^2+3x+2\right)=24 \quad (i)$

តាង $t=x^2+3x\Rightarrow x^2+3x+2=t+2$

តាម (i) គេបាន $t(t+2)=24$

$t^2+2t-24=0$ គេបាន $\Delta'=1-(-24)=25$

គេបាន $t=-1-5=-6 \quad ; \quad t=-1+5=4$

ចំពោះ $t=-6\Rightarrow x^2+3x=-6\Rightarrow x^2+3x+6=0$

គេបាន $x=\dfrac{-3\pm i\sqrt{15}}{2}$

បើ $t=4\Rightarrow x^2+3x=4\Rightarrow x^2+3x-4=0\Rightarrow (x-1)(x+4)=0$

គេបាន $x=1$ ឬ $x=-4$

ដូចនេះ $\boxed{x=-4 \quad ; \quad x=1 \quad ; \quad x=\dfrac{-3\pm i\sqrt{15}}{2}}$

៣. កំនត់តម្លៃ k ដែលនាំឲ្យពហុធា $p(x)=x^3-4x^2-7x+k$ ចែកដាច់នឹង $x-1$ រួចដោះស្រាយសមីការ $p(x)=0$ ទៅតាមតម្លៃ k ។

$x-1$ ចែកដាច់នឹង $P(x)$ កាលណា $x=1$ ជាឫសរបស់ $P(x)$

$P(1)=0\Rightarrow 1^3-4(1)^2-7(1)+k=0\Rightarrow k=10$ គេបាន

$P(x)=x^3-4x^2-7x+10$ នាំឲ្យ

$P(x)=0 \Rightarrow x^3-4x^2-7x+10=0$

$\Rightarrow (x-1)(x^2-3x-10)=0$

$\begin{cases} x-1=0 \\ x^2-3x-10=0 \end{cases}$ គេបាន នាំឲ្យ $\begin{cases} x=1 \\ x=-2 \;;\; x=5 \end{cases}$

$\boxed{k=10 \;;\; x=-2 \;;\; x=1 \;;\; x=5}$ ដូចនេះ

៤. រកសំណល់នៅពេលដែល $p(x)$ ចែកនឹង $(x-1)(x-3)$

តាង $q(x)$ ជាផលចែក ពហុធា $p(x)$ នឹង $(x-1)(x-3)$

តាង $ax+b$ ជាសំណល់នៃការចែកពហុធា $p(x)$ នឹង $(x-1)(x-3)$

ព្រោះ) ដឺក្រេរបស់សំណល់ ត្រូវតូចជាងដឺក្រេរបស់តួចែក (

គេបាន $p(x)=(x-1)(x-3)(q(x))+ax+b$

ដោយ $p(x)$ $(x-1)$ ចែកនឹង មានសំណល់ 4

គេបាន $p(1)=4 \Leftrightarrow a+b=4$

$p(x)$ ចែកនឹង $(x-3)$ មានសំណល់ 10

គេបាន $p(3)=10 \Leftrightarrow 3a+b=10$

គេបានប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} a+b=4 \\ 3a+b=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$

ដូចនេះ $p(x)$ ចែកនឹង $(x-1)(x-3)$ មានសំណល់ $3x+1$

5. គេមានសមីការ $x^3+ax^2-2x+b=0$ ។ ដោយស្គាល់ឫសមួយនៃសមីការគឺ $1+i\sqrt{3}$ ចូរកំណត់តម្លៃ a និង b រួចដោះស្រាយសមីការតាមតម្លៃ a និង b ។

ដោយ $1+\sqrt{3}i$ ជាឬសរបស់សមីការ $x^3+ax^2-2x+b=0$ គេបាន $1+\sqrt{3}i$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}i\right)^3+a\left(1+\sqrt{3}i\right)^2-2\left(1+\sqrt{3}i\right)+b=0$

$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}i\right)\left(1+\sqrt{3}i\right)^2+a(1+2\sqrt{3}i-3)-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}i\right)\left(1+2\sqrt{3}i-3\right)-2a+2a\sqrt{3}i-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow \left(1+\sqrt{3}i\right)\left(-2+2\sqrt{3}i\right)-2a+2a\sqrt{3}i-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow -2\left(1+\sqrt{3}i\right)\left(1-\sqrt{3}i\right)-2a+2a\sqrt{3}i-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow -2(1+3)-2a+2a\sqrt{3}i-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow -8-2a+2a\sqrt{3}i-2-2\sqrt{3}i+b=0$

$\Leftrightarrow -10-2a+b+2a\sqrt{3}i=0+2\sqrt{3}i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-2a+b-10=0\\ 2a\sqrt{3}=2\sqrt{3}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=1\\ b=12\end{cases}$

$x^3+x^2-2x+12=0$ គេបានសមីការក្លាយទៅជា

$\Leftrightarrow \left(x+3\right)\left(x^2-2x+4\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}x+3=0\\ x^2+2x-4=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=-3\\ x=1\pm\sqrt{3}i\end{array}\right.$ គេបាន

$\boxed{a=1\ ;\ b=12\ ;\ x=-3\ ;\ x=1\pm i\sqrt{3}}$ ដូចនេះ

6. គេឲ្យ x^2+x-6 ជាកត្តានៃពហុធា $f\left(x\right)=2x^4+x^3-ax^2+bx+a+b-1$ ។ ចូររកតម្លៃ a និង b ។

x^2+x-6 ជាកត្តានៃពហុធា $f\left(x\right)$ គេបាន ឬសរបស់សមីការ x^2+x-6 ក៏ជាឬសរបស់ $f\left(x\right)$ ដែរ។ ដោយ $x^2+x-6=\left(x-2\right)\left(x+3\right)$ នោះសមីការនេះមានឬស $x=2$ ឬ $x=-3$

ពេល $x=2$ គេបាន $f\left(2\right)=0 \Leftrightarrow 2.2^4+2^3-a.2^2+2b+a+b-1=0$

$\Leftrightarrow 32+8-4a+3b+a-1=0$

$\Leftrightarrow -3a+3b+39=0$

$\Leftrightarrow a-b=13 \quad (1)$

ពេល $x=-3$ គេបាន $f\left(-3\right)=0 \Leftrightarrow 2.(-3)^4+(-3)^3-a.(-3)^2-3b+a+b-1=0$

$\Leftrightarrow 162-27-9a-3b+a+b-1=0$

$\Leftrightarrow -8a-2b+134=0$

$\Leftrightarrow 4a+b=67 \quad (2)$

តាម (1) និង (2) គេបាន $\begin{cases} a-b=13 \\ 4a+b=67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=16 \\ b=3 \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{a=16 \quad ; \quad b=3}$

មេរៀនទី៣: វិសមីការ

ដំណោះស្រាយលំហាត់

1. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម ៖

ក. $5-2(y-1)\le 2(4+y) \Leftrightarrow 5-2y+2\le 8+2y \Leftrightarrow -4y\le 1 \Rightarrow y\ge -\frac{1}{4}$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\left\{y \middle| y\ge -\frac{1}{4}\right\}$ ឬ $y\in\left[-\frac{1}{4}\,,+\infty\right)$ ។

ខ. $4(2x+1)+5\ge 2(3x)+5 \quad \Leftrightarrow 8x+9\ge 6x+5 \Leftrightarrow 2x\ge -4 \Rightarrow x\ge -2$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x\ge -2\}$ ឬ $x\in[-2\,,+\infty)$ ។

គ. $y+1<\frac{3}{2}y-3 \quad \Leftrightarrow y-\frac{3}{2}y<-3-1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}y<-4 \Rightarrow y>8$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{y|y>8\}$ ឬ $y\in(8\,,+\infty)$ ។

ឃ. $\frac{2(x-4)}{10}>2-\frac{x}{5} \quad \Leftrightarrow 2x-8>20-2x \Leftrightarrow 4x>28 \Rightarrow x>7$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x>7\}$ ឬ $x\in(7\,,+\infty)$ ។

ង. $1-\frac{x}{3}<\frac{1}{3}(2x-3) \quad \Leftrightarrow -\frac{x}{3}-\frac{2x}{3}<-1-1 \Leftrightarrow -x<-2 \Rightarrow x>2$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x>2\}$ ឬ $x\in(2\,,+\infty)$ ។

ច. $\frac{2}{5}(y-5)-\frac{2}{3}(2-y)\le 2 \quad \Leftrightarrow \frac{2}{5}y-2-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}y\le 2 \Leftrightarrow \frac{16}{15}y\le 2+2+\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{16}{15}y\le\frac{16}{3} \Rightarrow y\le 5$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{y|y\le 5\}$ ឬ $y\in(-\infty\,,5]$ ។

ឆ. $3x-4<7x+20 \Leftrightarrow -4x<24 \Rightarrow x>\frac{24}{-4} \Rightarrow x>-6$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x>-6\}$ ឬ $x\in(-6,+\infty)$ ។

ជ. $\frac{(x-2)}{3}\ge 6 \quad \Leftrightarrow x-2\ge 18 \Leftrightarrow x\ge 18+2 \Rightarrow x\ge 20$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x\ge 20\}$ ឬ $x\in[20,+\infty)$

ឈ. $8+\frac{6}{5}y\le\frac{8}{5}y+12 \Leftrightarrow \frac{6}{5}y-\frac{8}{5}y\le 12-8 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}y\le 4 \Rightarrow y\ge -10$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{y|y\ge -10\}$ ឬ $y\in[-10,+\infty)$

ញ. $\frac{2x-6}{5}>\frac{3x+2}{5} \Leftrightarrow 2x-6>3x+2 \Leftrightarrow 2x-3x>2+6 \Leftrightarrow -x>8 \Rightarrow x<-8$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ $\{x|x<-8\}$ ឬ $x\in(-\infty,-8)$ ។

2. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $\begin{cases}-4x-5\ge 0 & (1)\\ 3x-2\ge 0 & (2)\end{cases}$

តាម (1) : $-4x-5\ge 0 \Leftrightarrow -4x\ge 5 \Rightarrow x\le -\frac{5}{4}$ ឬ $x\in\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right]$

តាម (2) : $3x-2\ge 0 \Leftrightarrow 3x\ge 2 \Rightarrow x\ge\frac{2}{3}$ ឬ $x\in\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $\left(-\infty,-\frac{5}{4}\right]\cap\left[\frac{2}{3},+\infty\right)=\varnothing$ ។

ខ. $\begin{cases}2x+7>5x-9 & (1)\\ x-8\le 4x-3 & (2)\end{cases}$

តាម (1) : $2x+7>5x-9 \Leftrightarrow -3x>-16 \Rightarrow x<\frac{-16}{-3} \Rightarrow x<\frac{16}{3}$ ឬ $x\in\left(-\infty,\frac{16}{3}\right)$

តាម (2) : $x-8\le 4x-3 \Leftrightarrow -3x\le 5 \Rightarrow x\ge -\frac{5}{3}$ ឬ $x\in\left[-\frac{5}{3},+\infty\right)$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $\left(-\infty,\frac{16}{3}\right)\cap\left[-\frac{5}{3},+\infty\right)=\left[-\frac{5}{3},\frac{16}{3}\right)$ ។

គ. $\begin{cases}y+1\ge\frac{1}{3}(y+5) & (1)\\ \frac{1}{2}(3y+7)-1<0 & (2)\end{cases}$

តាម (1) : $y+1\ge\frac{1}{3}(y+5) \Leftrightarrow y-\frac{1}{3}y\ge\frac{5}{3}-1 \Leftrightarrow \frac{2}{3}y\ge\frac{2}{3} \Rightarrow y\ge 1$ ឬ $y\in[1,+\infty)$

តាម (2) : $\frac{1}{2}(3y+7)-1<0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}y+\frac{7}{2}-1<0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}y<-\frac{5}{2} \Rightarrow y<-\frac{5}{3}$ ឬ $y\in\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)\cap[1,+\infty)=\varnothing$ ។

ឃ. $\begin{cases} 6(x+1)>2x-5 & (1) \\ 25-\frac{6-x}{2}\le 3x & (2) \end{cases}$

តាម (1) : $6(x+1)>2x-5 \Leftrightarrow 4x>-11 \Rightarrow x>-\frac{11}{4}$ ឬ $x\in\left(-\frac{11}{4},+\infty\right)$

តាម (2) : $25-\frac{6-x}{2}\le 3x \Leftrightarrow 50-6+x\le 6x \Leftrightarrow 5x\ge 44 \Rightarrow x\ge\frac{44}{5}$ ឬ $x\in\left[\frac{44}{5},+\infty\right)$

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយរបស់ប្រព័ន្ធវិសមីការគឺ $\left(-\frac{11}{4},+\infty\right)\cap\left[\frac{44}{5},+\infty\right)=\left[\frac{44}{5},+\infty\right)$ ។

3. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម៖

ក. $2(x-3)+5<5x-6\le\frac{3x+4}{3}$

- $2(x-3)+5<5x-6 \quad \Leftrightarrow 2x-6+5<5x-6 \Leftrightarrow -3x<-5 \Rightarrow x>\frac{5}{3}$
- $5x-6\le\frac{3x+4}{3} \quad \Leftrightarrow 15x-18\le 3x+4 \Leftrightarrow 12x\le 22 \Rightarrow x\le\frac{22}{12} \Rightarrow x\le\frac{11}{6}$

ដូចនេះសំណុំចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ $\frac{5}{3}<x\le\frac{11}{6}$ ឬ $x\in\left(\frac{5}{3},\frac{11}{6}\right]$ ។

ខ. $3x^2-6x+1<2x^2-17 \qquad (1)$

$\Leftrightarrow x^2-6x+18<0$

តាង $f(x)=x^2-6x+18$ មាន $\Delta'=(-3)^2-18=9-18=-9<0$ និង $a=1>0$

នោះ $f(x)>0$ ជានិច្ចចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ វិសមីការ (1)គ្មានចម្លើយ។

គ. $x^2+5x-3>3x^2-2x$

$\Leftrightarrow -2x^2+7x-3>0$

តាង $f(x)=-2x^2+7x-3$ មាន $\Delta=(7)^2-4(-2)(-3)=49-24=25>0$

$\Rightarrow f(x)$មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1=\frac{-7+\sqrt{25}}{2(-2)}=\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{-7-\sqrt{25}}{2(-2)}=3$

ដូចនេះ ចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ $\frac{1}{2}<x<3$ ឬ $x\in\left(\frac{1}{2},3\right)$

ឃ. $x^2+3x\le\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{4}x-\frac{15}{2}$

$\Leftrightarrow 4x^2+12x\le 3x^2-x-30\Leftrightarrow x^2+13x+30\le 0$

តាង $f(x)=x^2+13x+30$ មាន $\Delta=13^2-4(30)=169-120=49>0$

$\Rightarrow f(x)$មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1=\frac{-13+\sqrt{49}}{2(1)}=-3$, $x_2=\frac{-13-\sqrt{49}}{2(1)}=-10$

ដូចនេះ ចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ $-10\le x\le -3$ ឬ $x\in[-10\ ,\ -3]$ ។

ង. $x^2-4x+4>0$

តាង $f(x)=x^2-4x+4$ មាន $\Delta'=(-2)^2-4=4-4=0\Rightarrow f(x)$ មានឫសឌុបគឺ $x_1=x_2=-\frac{-2}{1}=2$

ដូចនេះ ចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ $\{x|x\neq 2\}$ ឬ $x\in\mathbb{R}-\{2\}$ ។

ច. $4x^2+4x+1<0$

តាង $f(x)=4x^2+4x+1$មាន $\Delta'=2^2-4=4-4=0\Rightarrow f(x)$ មានឫសឌុបគឺ $x_1=x_2=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$

ដូចនេះ វិសមីការខាងលើគ្មានចម្លើយ

4. កំណត់តម្លៃ c នៃវិសមីការ $x^2+7x+9>8x+c$ (1) មានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃ x

យើងមាន $x^2+7x+9>8x+c\Leftrightarrow x^2-x+(9-c)>0$

ដើម្បីអោយវិសមីការ(1)មានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃ x លុះត្រាតែ $\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(-1)^2-4(9-c)<0\\ a=1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-35+4c<0\\ a=1>0\end{cases}\Rightarrow c<\frac{35}{4}$

ដូចនេះ $c\in\left(-\infty\ ,\ \frac{35}{4}\right)$ ធ្វើអោយ(1)មានចម្លើយចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ។

5. គេឲ្យសំណុំពីរ A និង B ដូចខាងក្រោម៖

$A=\{x|6x^2-7x-5>0\}$, $B=\{x|x^2-2x-8<0\}$

ចូររកចំនួនគត់ក្នុងចំណោមធាតុនៃ $A\cap B$ ។

យើងមាន $A=\{x|6x^2-7x-5>0\}$, $B=\{x|x^2-2x-8<0\}$

តាង $f(x)=6x^2-7x-5$ មាន $\Delta=49+120=169=(13)^2>0$

នោះ $f(x)$មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ $x_1=\frac{7+13}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$, $x_2=\frac{7-13}{12}=\frac{-6}{12}=-\frac{1}{2}$

ដូច្នេះ យើងបាន $A=\left\{x|x<-\frac{1}{2}\ ,\ \frac{5}{3}>x\right\}=\left(-\infty\ ,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{3},+\infty\right)$

តាង $g(x)=x^2-2x-8$ មាន $\Delta'=1+8=9>0$ នោះ $f(x)$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នាគឺ

$x_1=1+3=4\ ,\ x_2=1-3=-2$

ដូច្នេះ យើងបាន $B=\{x|-2<x<4\}=(-2\ ,4)$

$A\cap B=\left[\left(-\infty\ ,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{3},+\infty\right)\right]\cap(-2\ ,4)=(-\infty\ ,-2)\cup(4\ ,+\infty)$

ដូចនេះ ចំនួនគត់ក្នុង $A\cap B$ មានដូចជា៖ $\dots,-5,-4,-3,-2,4,5,6,7,\dots$ ។

6. ចូរបង្ហាញវិសមភាពខាងក្រោមចំពោះ $a>0\ ,b>0\ ,c>0\ ,x>0\ ,\ y>0$ ។

ក. $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$

ដោយ $a>0\ ,b>0\ ,c>0$ នោះតាមវិសមភាពកូស៊ីយើងបាន៖

- $a+\frac{1}{b}\geq 2\sqrt{\frac{a}{b}}$ (1)
- $b+\frac{1}{c}\geq 2\sqrt{\frac{b}{c}}$ (2)
- $c+\frac{1}{a}\geq 2\sqrt{\frac{c}{a}}$ (3)

ដូចនេះ គុណ(1),(2) និង (3) គេបាន $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq\left(2\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\left(2\sqrt{\frac{b}{c}}\right)\left(2\sqrt{\frac{c}{a}}\right)$

$$\Leftrightarrow\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8\sqrt{\frac{abc}{abc}}$$

$$\Leftrightarrow\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{1}{c}\right)\left(c+\frac{1}{a}\right)\geq 8$$

ខ. $(ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$

យើងបាន $(ab+bc+ca)^2-3abc(a+b+c)$

$=(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2+2ab^2c+2abc^2+2a^2bc-3a^2bc-3ab^2c-3abc^2$

$=(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2-abc^2-ab^2c-a^2bc$

$=\frac{1}{2}\left[(ab)^2-2(ab)(bc)+(bc)^2+(bc)^2-2(bc)(ca)+(ca)^2+(ca)^2-2(ca)(ab)+(ab)^2\right]$

$= \frac{1}{2}\left[(ab-bc)^2+(bc-ca)^2+(ca-ab)^2\right] \geq 0$

$\Rightarrow (ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c)$

គ. $2x^2 \geq 3xy-2y^2$

ដោយ $x>0$, $y>0$ តាមវិសមីការកូស៊ី គេបាន $2x^2+2y^2 \geq 2(2x)(2y) \Leftrightarrow 2x^2+2y^2 \geq 8xy$

យើងបាន៖ $2x^2+2y^2-3xy \geq 8xy-3xy \Leftrightarrow 2x^2+2y^2-3xy \geq 5xy \geq 0$

$\Rightarrow 2x^2 \geq 3xy-2y^2$

ឃ. $x^2+y^2 \geq 2(x-y-1)$

យើងបាន៖ $x^2+y^2-2(x-y-1) = x^2-2x+1+y^2+2y+1 = (x-1)^2+(y+1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow x^2+y^2 \geq 2(x-y-1)$

7. គេមានវិសមីការ $(a-1)x^2-2(a-1)x+3 \geq 0$ ។កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យវិសមីការមានឫស $\forall x \in \Re$ ។

របៀបទី១ ៖

យើងមាន $(a-1)x^2-2(a-1)x+3 \geq 0 \qquad (1)$

$\Leftrightarrow (a-1)\left(x^2-2x+\frac{3}{a-1}\right) \geq 0 \qquad (a \neq 1)$

$\Leftrightarrow (a-1)\left[(x-1)^2-1+\frac{3}{a-1}\right] \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq \frac{a-4}{a-1}$

$\Rightarrow \frac{a-4}{a-1} \leq 0 \qquad ,\forall x \in \Re \Rightarrow a \in (1\ ,\ 4]$

តែចំពោះ $a=1$ នោះយើងបាន (1) ទៅជា $3 \geq 0$ ពិត

ដូចនេះ $a \in [1\ ,\ 4]$

របៀបទី២ ៖

យើងមាន $(a-1)x^2-2(a-1)x+3 \geq 0 \qquad (1)$

តាង $f(x) = (a-1)x^2-2(a-1)x+3 \Rightarrow f(x) \geq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ (a-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2-3(a-1) \leq 0 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)(a-4) \leq 0 \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq a \leq 4 \\ a > 1 \end{cases}$

$\Rightarrow 1 < a \leq 4$

តែចំពោះ $a=1$ នោះយើងបាន (1) ទៅជា $3 \geq 0$ ពិត

ដូចនេះ $a \in [1\ ,\ 4]$

ដំណោះស្រាយលំហាត់ជំពូក

១. គណនា

ក. $\left(\sqrt{-52}-\sqrt{72}\right)\left(\sqrt{27}-\sqrt{-75}\right)$

$=\left(\sqrt{50}\,i-\sqrt{72}\right)\left(\sqrt{27}+\sqrt{75}\,i\right)$

$=\left(5i\sqrt{2}-6\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{3}+5i\sqrt{3}\right)$

$=15i\sqrt{6}+25i^2\sqrt{6}-18\sqrt{6}-30i\sqrt{6}$

$=15i\sqrt{6}-25\sqrt{6}-18\sqrt{6}-30i\sqrt{6}$

$=-15i\sqrt{6}-43\sqrt{6}=-\sqrt{6}\left(43+15i\right)$

ខ. $\left(\sqrt{2}+i\right)^2-\left(\sqrt{2}-i\right)^2$

$=\left[\left(\sqrt{2}+i\right)-\left(\sqrt{2}-i\right)\right]\left[\left(\sqrt{2}+i\right)+\left(\sqrt{2}-i\right)\right]$

$=\left(\sqrt{2}+i-\sqrt{2}+i\right)\left(\sqrt{2}+i+\sqrt{2}-i\right)$

$=2i\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}i$

គ. $\dfrac{1}{\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1}{1+i}}=\dfrac{1}{\dfrac{1-i+1+i}{(1+i)(1-i)}}=\dfrac{1}{\dfrac{2}{1-i^2}}=\dfrac{1}{\dfrac{2}{2}}=1$

ឃ. $\dfrac{1+3\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}+\dfrac{3\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}$

$$=\frac{\left(3\sqrt{3}i+1\right)\left(\sqrt{3}-i\right)}{\left(\sqrt{3}+i\right)\left(\sqrt{3}-i\right)}+\frac{\left(3\sqrt{3}+i\right)\left(1-\sqrt{3}i\right)}{\left(1+\sqrt{3}i\right)\left(1-\sqrt{3}i\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-i+9i-3\sqrt{3}i^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2-i^2}+\frac{3\sqrt{3}-9i+i-\sqrt{3}i^2}{1-\left(\sqrt{3}i\right)^2}=\frac{4\sqrt{3}+8i}{4}+\frac{4\sqrt{3}-8i}{4}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}+8i+4\sqrt{3}-8i}{4}=2\sqrt{3}$$

២. ចូររកតម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b នៃសមីការខាងក្រោម

ក. $(a+b)+abi=3+i$

ចំនួនកុំផ្លិចពីរស្មើគ្នាកាលណាផ្នែកពិតស្មើផ្នែកពិតនិងផ្នែកនិមិត្តស្មើផ្នែកនិមិត្ត

$$\begin{cases}a+b=3\\ ab=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3-b & (1)\\ ab=1 & (2)\end{cases}$$

ជំនួសសមីការ (1) ក្នុង (2) យើងបាន $(3-b)b=1\Leftrightarrow b^2-3b+1=0$

នាំអោយ $\Delta=9-4=5 \quad ,b_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2},\quad b_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

- ជំនួស $b_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ក្នុង (1) គេបាន $a_1=3-\frac{3+\sqrt{5}}{2}=\frac{6-3-\sqrt{5}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

-ជំនួស $b_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ ក្នុង (1) គេបាន $a_2=3-\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{6-3+\sqrt{5}}{2}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

ដូចនេះ $\left(a_1=\frac{3-\sqrt{5}}{2},b_1=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right),\left(a_2=\frac{3+\sqrt{5}}{2},b_2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$ ។

ខ. $2+\left(a+b^2\right)i=a-b+4i$

ចំនួនកុំផ្លិចពីរស្មើគ្នាកាលណាផ្នែកពិតស្មើផ្នែកពិត និងផ្នែកនិមិត្តស្មើផ្នែកនិមិត្ត

$$\begin{cases}2=a-b\\ a+b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=2 & \times(-1)\\ a+b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a+b=-2\\ a+b^2=4\end{cases}$$

$$b+b^2=2$$

គេបាន $b^2+b-2=0$ ដោយ $a+b+c=0$ គេបាន $b_1=1$, $b_2=-2$ ។

- បើ $b_1=1$ គេបាន $a-1=2\Rightarrow a=3$

-បើ $b_2=-2$ គេបាន $a+2=2\Rightarrow a=0$

ដូចនេះ $(a=0,b=-2)(a=3,b=1)$ ។

គ. $(-1+i)(a+bi)=1-3i$

នាំអោយ $(-1+i)(a+bi)=1-3i$

$$-a-bi+ai-b=1-3i$$
$$(-a-b)+(a-b)i=1-3i$$

ចំនួនកុំផ្លិចពីរស្មើគ្នាកាលណាផ្នែកពិតស្មើផ្នែកពិតនិងផ្នែកនិមិត្តស្មើផ្នែកនិមិត្ត

$$\begin{cases}a+b=-1\\a-b=-3\end{cases}$$

$-2b=-2\Rightarrow b=1 \quad \Leftrightarrow a=-3+1=-2$

ដូចនេះ $(a=-2,b=1)$ ។

ឃ. $(2+i)a-(1-3i)b+(5+6i)=0$

$$(2+i)a-(1-3i)b+(5+6i)=0$$
$$2a+ai-b+3bi+5+6i=0$$
$$2a-b+(a+3b)i=-5-6i$$

ចំនួនកុំផ្លិចពីរស្មើគ្នាកាលណាផ្នែកពិតស្មើផ្នែកពិតនិងផ្នែកនិមិត្តស្មើផ្នែកនិមិត្ត

$$\begin{cases}2a-b=-5\\a+3b=-6 \quad \times(-2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a-b=-5 & (1)\\-2a-6b=12 & (2)\end{cases}$$

$$-7b=7\Rightarrow b=-1$$

ជំនួស $b=-1$ក្នុង (1) គេបាន $2a+1=-5\Rightarrow a=-3$

ដូចនេះ $(a=-3,b=-1)$ ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ

ក. $(x-1)^2+3(x-1)+2=0$

$$x^2-2x+1+3x-3+2=0$$

$x^2+x=0 \qquad x=0,x=-1$

ដូចនេះ $(x=0,x=-1)$ ។

ខ. $(x-1)(x-2)(x-3)=24$

$(x^2-2x-x+2)(x-3)=24$

$x^3-2x^2-x^2+2x-3x^2+6x+3x-6=24$

$x^3-6x^2+11x-30=0$

$x^3-5x^2-x^2+5x+6x-30=0$

$(x-5)(x^2-x+6)=0$

គេបាន $x-5=0$, $x^2-x+6=0$

នាំអោយ $x=5$, $\Delta=1-24=-23$, $x_1=\dfrac{1+\sqrt{23}i}{2}$, $x_2=\dfrac{1-\sqrt{23}i}{2}$

ដូចនេះ $x_0=5$, $x_1=\dfrac{1+\sqrt{23}i}{2}$, $x_2=\dfrac{1-\sqrt{23}i}{2}$ ។

គ. $(x-1)^2+4(x-1)(x-3)-2(2x-3)^2=0$

$x^2-2x+1+(4x-4)(x-3)-2(4x^2-12x+9)=0$

$x^2-2x+1+4x^2-12x-4x+12-8x^2+24x-18=0$

$-3x^2+6x-5=0 \quad \Leftrightarrow 3x^2-6x+5=0$

$\Delta'=b'^2-ac=9-15 \quad ,x=\dfrac{3\pm\sqrt{6}i}{3}$

ដូចនេះ $x=\dfrac{3\pm\sqrt{6}i}{3}$ ។

ឃ. $(x^2-x)^2-4(x^2-x)-12=0$

តាង $X=x^2-x$ នាំអោយ $X^2-4X-12=0$ មាន $\Delta'=2^2+12=16$, $X_{1,2}=2\pm4=\left[\begin{array}{l}6\\-2\end{array}\right.$

- បើ $X=6 \Leftrightarrow x^2-x-6=0$ មាន $\Delta=(-1)^2+24=25\Rightarrow x_1=\dfrac{1+5}{2}=3$, $x_2=\dfrac{1-5}{2}=-2$

- បើ $X=-2\Leftrightarrow x^2-x+2=0$,$\Delta=1^2-4\times2=-7$,$x=\dfrac{1\pm\sqrt{7}\,i}{2}$ ។

ដូចនេះ $x=-2$, 3, $\dfrac{1\pm\sqrt{7}\,i}{2}$ ។

៩. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

ក. $\begin{cases}3x-2y-z=11\\2x-5y-2z=3\\-5x-y+2z=-33\end{cases}$

បំបាត់ z ក្នុងគូសមីការ

$$\begin{cases}-6x+4y+2z=-22 & (1)\\ 2x-5y-2z=3 & (2)\end{cases} \quad \text{និង} \quad \begin{cases}2x-5y-2z=3 & (2)\\ -5x-y+2z=-33 & (3)\end{cases}$$

$$-4x-y=-19 \quad (4) \qquad -3x-6y=-30 \quad (5)$$

តាម (4) និង (5) គេបាន៖

$$\begin{cases}-4x-y=-19 & \times(-2)\\ -x-2y=-10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}8x+2y=38 & (6)\\ -x-2y=-10 & (7)\end{cases}$$

$$7x=28 \qquad \Leftrightarrow x=\frac{28}{7}=4$$

ជំនួស $x=4$ ក្នុងសមីការ (7) គេបាន $-4-2y=-10 \Rightarrow y=3$, $z=-5$ ។

ដូចនេះ សមីការមានចម្លើយ $(x=4, y=3, z=-5)$ ។

ខ. $\begin{cases}x-2y=3\\ x^2-4xy+y^2=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3+2y & (1)\\ x^2-4xy+y^2=6 & (2)\end{cases}$

ជំនួស (1) ក្នុង (2)

$$(3+2y)^2-4(3+2y)y+y^2=6$$
$$9+12y+4y^2-12y-8y^2+y^2=6$$
$$-3(y^2-1)=0 \Leftrightarrow y^2-1=0 \Rightarrow y=\pm 1$$

-បើ $y=1$ នាំអោយ $x-2\times 1=3 \Rightarrow x=5$

-បើ $y=-1$ នាំអោយ $x-2\times(-1)=3 \Rightarrow x=3-2=1$

ដូចនេះ $(x=5, y=1);(x=1, y=-1)$ ។

៥. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម

ក. $x^2-8x+12>0$

តាង $f(x)=x^2-8x+12$ សិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)=x^2-8x+12$

$\Delta'=16-12=4 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta'}=2 \qquad x_1=6, x_2=2$

តារាងសញ្ញានៃ $f(x)=x^2-8x+12$

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$f(x)=x^2-8x+12>0$		+	0	−	0	+	

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $(-\infty\ ,\ 2)\cup(6\ ,\ +\infty)$ ។

ខ. $3x^2-5x+4>3-x^2$

$3x^2+x^2-5x+4-3>0$

$4x^2-5x+1>0$

តាង $f(x)=4x^2-5x+1$ សិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)=4x^2-5x+1$

មាន រាង $a+b+c=0$ គេបាន $x_1=1\ ,\ x_2=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{4}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
$f(x)=4x^2-5x+1>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $\left(-\infty\ ,\ \dfrac{1}{4}\right)\cup(1\ ,\ +\infty)$

គ. $(2x-1)(x+4)>18\Leftrightarrow 2x^2+8x-x-4>18\Leftrightarrow 2x^2+7x-22>0$

តាង $f(x)=2x^2+7x-22$ សិក្សាសញ្ញានៃ $f(x)=2x^2+7x-22$

$\Delta=49+176=225>0$ នោះ $f(x)$ មានឫសពីរជាចំនួនពិតផ្សេងគ្នាគឺ ៖

$x_1=\dfrac{-7+\sqrt{225}}{4}=2\ ,\ \ x_2=\dfrac{-7-\sqrt{225}}{4}=-\dfrac{11}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{11}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)=2x^2+7x-22>0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ គឺ $\left(-\infty\ ,\ -\dfrac{11}{2}\right)\cup(2\ ,\ +\infty)$

ឃ. $|x^2-8x+6|<6$

$$\begin{cases}x^2-8x+6<6\\ x^2-8x+6>-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x(x-8)<0 & (1)\\ x^2-8+12>0 & (2)\end{cases}$$

(1) $x(x-8)=0\Rightarrow x_1=0\ ,\ x_2=8$

យើងបានតារាងសញ្ញានៃ (1)

x	$-\infty$		0		8		$+\infty$
$x(x-8)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាងខាងលើគេបាន $x\in(0\ ,\ 8)$ ដែលធ្វើអោយសមីការ $x^2-8x<0$ ។

(2) $\quad x^2-8x+12>0$

ចំពោះ $x^2-8x+12=0$ $\quad , \quad \Delta^{'}=16-12=4\Rightarrow\sqrt{\Delta^{'}}=2\Rightarrow x_1=6\ ,x_2=2$

យើងបានតារាងសញ្ញានៃ (2) គឺៈ

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$x^2-8x+12$		$+$	0	$-$	0	$+$	

តាមតារាងខាងលើយើងបាន $x\in(-\infty\ ,\ 2)\cup(6\ ,\ +\infty)$ ដែលធ្វើអោយ $x^2-8x+12>0$

តាមតារាង (1) និង (2) យើងបាន

x	$-\infty$		0		2		6		8		$+\infty$
$x(x-8)<0$		$+$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x^2-8x+12>0$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$\lvert x^2-8x+6\rvert<6$											

ដូចនេះចម្លើយរបស់វិសមីការគឺ $x\in(0\ ,\ 2)\cup(6\ ,\ 8)$ ។

៦. ក. ដោះស្រាយសមីការ $5x^3-3x^2-32x-12=0$

តាង $f(x)=5x^3-3x^2-32x-12$ ។ ដោយ $f(-2)=0\Rightarrow x=-2$ ជាឫសនៃសមីការ

គេបានពហុធា $f(x)=5x^3-3x^2-32x-12$ ចែកដាច់និង $x+2$

នាំអោយយើងបាន $f(x)=5x^3-3x^2-32x-12=(x+2)(5x^2-13x-6)$

$f(x)=0\Leftrightarrow(x+2)(5x^2-13x-6)=0$ គេបាន $\left[\begin{array}{ll} x+2=0 & (1)\\ 5x^2-13x-6=0 & (2)\end{array}\right.$

(1) $\quad x+2=0\Rightarrow x=-2$

$(2) \qquad 5x^2-13x-6=0 \ , \Delta=169+120=289=17^2 \Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{13\pm17}{10}=\left[\begin{array}{l}3\\ -\frac{2}{5}\end{array}\right.$

ដូចនេះ $x_0=-2, x_1=3, x_2=\frac{-2}{5}$ ។

ខ. ១.រកតម្លៃ A និង B

គេមាន $f(x)=2x^3-9x^2+Ax+B$ ដោយ $f(x)$ ចែកដាច់នឹង $x+1$ ឬចែកដាច់នឹង $x+2$

មានសំណល់ 3 ដូចគ្នាគេបាន ៖

$$\begin{cases}-2-9-A+B=3\\16-36+2A+B=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-A+B=14 & \times(-1)\\2A+B=23\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}A-B=-14 & (1)\\2A+B=23 & (2)\end{cases}$$

$$3A=9 \Rightarrow A=3$$

យក $A=3$ ជំនួសក្នុង (1) គេបាន $3-B=-14 \Rightarrow B=17$ ។

ដូចនេះ $A=3, B=17$ ។

២.ដោះស្រាយសមីការ $f(x)-3=0$ គេមាន

$f(x)=2x^3-9x^2+3x+17 \Rightarrow f(x)-3=0 \Leftrightarrow 2x^3-9x^2+3x+14=0$

$(x+1)(2x-7)(x-2)=0$

$\Rightarrow x_1=-1, x_2=\frac{7}{2}, x_3=2$

ដូចនេះសមីការមានចម្លើយ $x_1=-1, x_2=\frac{7}{2}, x_3=2$ ។

៣. ដោះស្រាយសមីការ $f(2x)-3=0$

$$\begin{aligned} f(2x)-3 &= 2(2x)^3-9(2x)^2+3(2x)+17-3\\ &=16x^3-36x^2+6x+14=2\left(8x^3-18x^2+3x+7\right)\end{aligned}$$

យើងមាន $x=1$ ជាឫសងាយមួយនៃ $f(2x)-3=0$ ដូចនេះវាចែកដាច់នឹង $x-1$

$(x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{7}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}, x_3=\frac{7}{4}$

ដូចនេះសមីការមានចម្លើយ $x_1=1, x_2=-\frac{1}{2}, x_3=\frac{7}{4}$ ។

៧. គេមាន a,b,x,y ជាចំនួនវិជ្ជមាន និង $a+b=1$ ។ បង្ហាញថា $\sqrt{ax+by}\geq a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$ ។

ឧបមាថា $\sqrt{ax+by}\geq a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$

$\Rightarrow (ax+by)\geq \left(a\sqrt{x}+b\sqrt{y}\right)^2=a^2x+2ab\sqrt{xy}+b^2y$

$\Rightarrow ax+by-a^2x-2ab\sqrt{xy}-b^2y\geq 0$

$\Rightarrow \left(ax-a^2x\right)+\left(by-b^2y\right)-2ab\sqrt{xy}\geq 0$

$\Rightarrow ax(1-a)+by(1-b)-2ab\sqrt{xy}\geq 0 \quad (*)$

ដោយ $a+b=1\Rightarrow a=1-b; b=1-a$ នោះ $(*)$ ទៅជា

$abx+aby-2ab\sqrt{xy}\geq 0\Rightarrow ab\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\geq 0$ ពិត

ព្រោះ a,b,x,y ជាចំនួនវិជ្ជមាន និង $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\geq 0$

ដូចនេះ $\sqrt{ax+by}\geq a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$ ។

៨. គេមានសមីការ $x^2-2(k-3)x+4k=0$ ដែលមានឫសពីរគឺ α និង β ។

ក.រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឫសទាំងពីរជាចំនួនវិជ្ជមាន។

ខ.រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឫសទាំងពីរជាចំនួនអវិជ្ជមាន។

ដំណោះស្រាយ

ក.រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឫសទាំងពីរជាចំនួនវិជ្ជមាន

សមីការ $x^2-2(k-3)x+4k=0$ មានឫសពីរវិជ្ជមាន $\alpha,\beta>0$ កាលណា

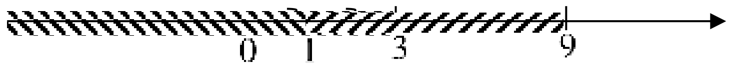
$$\begin{cases}\Delta'\geq 0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=(k-3)^2-4k\geq 0 & (1)\\ S=\frac{-b}{a}=2(k-3)>0 & (2)\\ P=\frac{c}{a}=4k>0 & (3)\end{cases}$$

$(1)\ :\ k^2-10k+9\geq 0$ នោះ $k\in(-\infty\ ,\ 1]\cup[9\ ,\ +\infty)$

$(2)\ :\ k>3$ ឬ $k\in(3\ ,\ +\infty)$

$(3)\ :\ k>0$ ឬ $k\in(0\ ,+\infty)$

នាំអោយប្រព័ន្ធវិសមីការ $(1),(2),(3)$ មានឬស

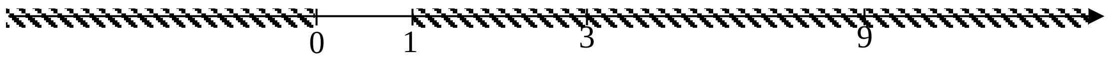


ដូចនេះ $k \in [9\ ,\ +\infty)$ ។

ខ.រកតម្លៃ k ក្នុងករណីដែលឬសទាំងពីរជាចំនួនអវិជ្ជមាន

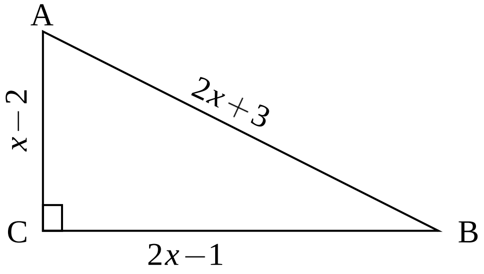
សមីការ $x^2-2(k-3)x+4k=0$ មានឬសពីរអវិជ្ជមាន $\alpha,\beta<0$ កាលណា

$$\begin{cases}\Delta'\ge 0\\ S<0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k^2-10k+9\ge 0\\ 2(k-3)<0\\ 4k>0\end{cases} \Rightarrow k\in(-\infty\ ,\ 1]\cup[9\ ,\ +\infty);k<3;k>0$$



ដូចនេះ វិសមីការមានឬស $k\in(0\ ,\ 1]$

៩. គេអោយ ABC ជាត្រីកោណដែលមាន $\widehat{ACB}=90^\circ$ ជាមុំកែង(រូបខាងស្តាំ)។



ក.ប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករសរសេរសមីការដែលមានអញ្ញាត x ។

ខ.ដោះស្រាយសមីការ $x^2-20x-4=0$

គ.រកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ ABC ។

ដំណោះស្រាយ

ក.ប្រើទ្រឹស្តីបទពីតាករសរសេរសមីការដែលមានអញ្ញាត x

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាករយើងបាន $AB^2=CA^2+CB^2$

$$(2x+3)^2=(x-2)^2+(2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2+12x+9=x^2-4x+4+4x^2-4x+1$$

$$x^2-20x-4=0$$

ដូចនេះសមីការមានអញ្ញាត x គឺ $x^2-20x-4=0$ ។

ខ.ដោះស្រាយសមីការ $x^2-20x-4=0$

$x^2-20x-4=0$ មាន $\Delta'=(-10)^2-(-4)=100+4=104 \Rightarrow \sqrt{\Delta'}=\sqrt{104}$

យើងបាន $x_1=10-\sqrt{104}$, $x_2=10+\sqrt{104}$

ដូចនេះសមីការមានឫស $x_1=10-\sqrt{104}$, $x_2=10+\sqrt{104}$ ។

គ.រកផ្ទៃក្រឡារបស់ត្រីកោណ ABC

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}(2x-1)(x-2)=\frac{2x^2-5x+2}{2}$$

តាមសម្រាយខាងលើ គេបាន $x_1=10-\sqrt{104}$, $x_2=10+\sqrt{104}$

តែប្រវែងជ្រុងនៃត្រីកោណត្រូវតែវិជ្ជមាន នោះយើងបាន $x_2=10+\sqrt{104}$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}\left[2\left(10+\sqrt{104}\right)^2-5\left(10+\sqrt{104}\right)+2\right]=180+35\sqrt{26}=358.46$$

ដូចនេះ $S_{ABC}=180+35\sqrt{26}=358.46$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា។

១០. កម្មករពីរនាក់ជួសជុលផ្ទះមួយកម្មករទីមួយ ធ្វើបានពាក់កណ្តាល រួចកម្មករទីពីរបង្ហើយកិច្ចការដែលនៅសល់។ កិច្ចការនេះបានចប់ក្នុងរយៈពេល $12h\ 30mn$ តែបើកម្មករទាំងពីរធ្វើការរួមគ្នា នោះគេអាចបញ្ចប់កិច្ចការនេះទាំងស្រុងក្នុងរយៈពេល $6h$ ។

តើកម្មករម្នាក់ៗត្រូវចំនាយពេលប៉ុន្មានម៉ោងដើម្បីជួសជុលផ្ទះនោះហើយ?

ដំណោះស្រាយ

រយៈពេលដែលកម្មករម្នាក់ៗចំនាយដើម្បីជួសជុលផ្ទះ

តាង t_1 និង t_2 ជារយៈពេលដែលកម្មករបានចមនាយក្នុងការជួសជុលផ្ទះ

តាមបំរាប់យើងបាន $\begin{cases} t_1+t_2=25 \\ \dfrac{1}{t_1}+\dfrac{1}{t_2}=\dfrac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1+t_2=25 & (1) \\ 6(t_1+t_2)=t_1t_2 & (2) \end{cases}$

តាម 2 គេបាន $t_1=\dfrac{150}{t_2}$ ជួសក្នុង 1 យើងបាន $t_2^2-25t_2+150=0$

$\Delta=625-600=255^2$ នាំអោយ $t_1=\dfrac{25-5}{2}=10$; $t_2=\dfrac{25+5}{2}=15$

ដូចនេះរយៈពេលដែលកម្មករម្នាក់ៗបានចំនាយក្នុងការជួសជុលផ្ទះគឺ $t_1=10h$; $t_2=15h$

រឺ $t_2=10h$; $t_1=15h$ ។

១១. ក្រុមហ៊ុនមួយផលិតវិទ្យុលក់តំលៃ $10 ក្នុងមួយគ្រឿង។ម្ចាស់ក្រុមហ៊ុនប៉ាន់ស្មានថាបើគេលក់ តំលៃ $\$x$ ក្នុងមួយគ្រឿងនោះភ្ញៀវនិងទិញប្រហែល $80-x$ វិទ្យុក្នុងមួយខែៗ។

ក.រកតំលៃចំនួនថេរ A និង B ដែលជាប្រាក់ចំនេញរបស់ក្រុមហ៊ុនអោយដោយកន្សោម

$-x^2+Ax+B$ ។

ខ.កំនត់តំលៃវិទ្យុបើគេលក់បានចំនេញ $1000។

គ.តើប្រាក់ចំនេញអាចឡើងដល់ $2000ឬទេ?

ដំណោះស្រាយ

ក.រកតំលៃចំនួនថេរ A និង B ដែលជាប្រាក់ចំនេញរបស់ក្រុមហ៊ុនអោយដោយកន្សោម

$-x^2+Ax+B$

តាង $G\ x$ ជាកន្សោមប្រាក់ចំនេញ $G(x)=(x-10)(80-x)=-x^2+90x-800$

ដោយកន្សោមនៃប្រាក់ចំនេញគឺ $-x^2+Ax+B$ នាំអោយ $A=90\ ;B=-800$ ។

ដូចនេះ ចំនួនថេរ $A=90\ ;B=-800$ ។

ខ. កំនត់តំលៃវិទ្យុបើគេលក់បានចំនេញ $1000

$-x^2+90x-800=1000$

$-x^2+90x-1800=0 \qquad \Delta'=45^2-1800=225=15^2$

មានឫស $x_1=-(-45-15)=60\ ;\ x_2=-(-45+15)=30$

ដូចនេះ បើគេលក់ចំនេញបាន $1000 នោះវិទ្យុមានតំលៃ $60 ឬ $30។

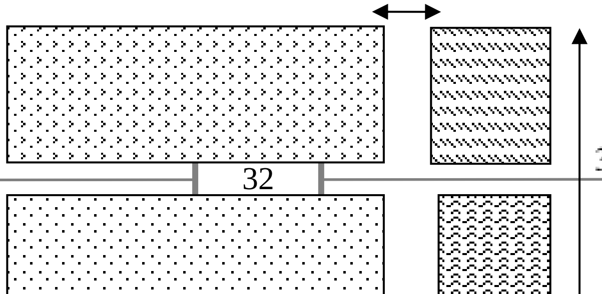
គ.ប្រាក់ចំនេញអាចឡើងដល់ $2000ឬទេ

$-x^2+90x-800=2000$

$-x^2+90x-2800=0 \qquad , \quad \Delta'=45^2-2800=-775<0$

ដូចនេះ ប្រាក់ចំនេញមិនអាចឡើងដល់ $2000។

១២. សួនផ្កាមួយមានរាងចតុកោណកែងមានទទឹង $30m$ និងបណ្តោយ $40m$ ។ គេចង់ធ្វើផ្លូវពីរកាត់ ក្នុងសួនផ្កានោះ(ដូចរូបខាងស្តាំ) ដែលទទឹងផ្លូវស្មើៗគ្នា និងផ្ទៃក្រឡាផ្លូវស្មើនិង $325m^2$ ។គណនា ទទឹងផ្លូវនោះ។



ដំណោះស្រាយ

គណនាទទឹងផ្លូវ

តាង S ជាក្រឡាផ្ទៃសួនផ្កា ពេលមិនទាន់ធ្វើផ្លូវ នាំអោយ $S = 30 \times 40 = 1200m^2$

តាង x ប្រវែងទទឹងផ្លូវ $(0 < x \le 30)$ យើងបាន

$$S = (30 - x)(40 - x) + 325$$
$$\Leftrightarrow (30 - x)(40 - x) + 325 = 1200$$
$$\Leftrightarrow 1200 - 70x + x^2 + 325 = 0$$
$$x^2 - 70x + 325 = 0$$
$$\Delta' = (-35)^2 - 325 = 1225 - 325 = 900 = 30^2$$
$$\begin{cases} x_1 = 35 + 30 = 65 \\ x_2 = 35 - 30 = 5 \end{cases}$$

ដោយ $0 < x \le 30$

ដូចនេះ ទទឹងផ្លូវគឺ $x = 5m$ ។